

Capítulo 14

Uniones carpinteras: cálculo

14.1 INTRODUCCIÓN

El cálculo de las uniones carpinteras consiste, en general, en la comprobación de las tensiones normales de compresión localizadas y las tensiones tangenciales en los cogotes de las piezas, que se generan en la transmisión de los esfuerzos.

En general, las uniones carpinteras no son capaces de resistir una inversión de esfuerzos, y la mayoría están pensadas para transmitir esfuerzos de compresión. Por tanto, es importante estudiar la posible inversión de esfuerzos, particularmente la debida a la acción del viento y, en especial, en cubiertas muy ligeras. En su caso, deberán disponerse herrajes aptos para responder ante esos esfuerzos (pletinas, pernos, etc.).

Por otro lado, en la comprobación de las piezas, deberán tenerse en cuenta las reducciones de sección que sufren en el ensamble, debidas a rebajes y cajas. En algunos casos donde la justificación de la unión mediante el cálculo no es posible o fiable, deberá procederse al ensayo de modelos.

Son pocas las normas de cálculo que incluyen reglas de dimensionado para las uniones carpinteras. Por un lado esto se debe a la falta de su empleo en las décadas recientes, donde las uniones de tipo mecánico habían sustituido a las carpinteras, casi de forma general. También se debe, en parte, a que las comprobaciones de la capacidad portante pueden plantearse de manera simplificada mediante la aplicación de los procedimientos de comprobación de tensiones de compresión localizada y de tensiones tangenciales. Este proceder no siempre incluye algunos fenómenos de concentración de tensiones y efectos de hienda y tracción perpendicular a la fibra, que pueden resultar críticos en el diseño de la unión.

En la versión actual del Eurocódigo 5 no se tratan, mientras que en el DB-SE de Estructuras de Madera del CTE se incluyen únicamente unas reglas para el cálculo de las uniones embarbilladas. En el anexo nacional del Eurocódigo de algunos países Europeos como es el caso de Alemania y Austria, se proponen reglas para la comprobación de algunos tipos de uniones carpinteras, como el embarbillado y la caja y espiga (véanse las normas DIN EN 1995-1-1/NA:2013 y ÖNORM EN 1995-1-1/NA:2014). Su planteamiento recoge de manera muy similar las mismas reglas que se recogían en la antigua norma DIN 1052:2008. A continuación se exponen los procedimientos de comprobación que proceden principalmente de la normativa citada y de la bibliografía alemana.

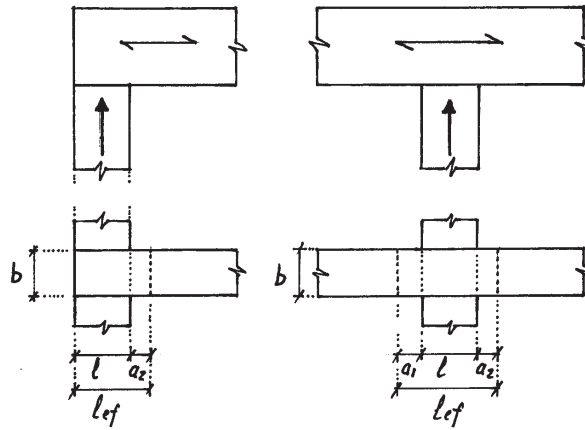


Figura 14.2. Área eficaz en los apoyos extremo e intermedio de una viga.

donde

$\sigma_{c,90,d}$ tensión de cálculo de compresión perpendicular a la fibra producida por la fuerza aplicada F_d sobre la superficie eficaz (F_d/A_{ef});

$f_{c,90,d}$ resistencia de cálculo a compresión perpendicular a la fibra;

$k_{c,90}$ factor que es función de la configuración de la unión, la posibilidad de hienda y la deformación por compresión.

- En durmientes (apoyados en continuo), siempre que $l_1 \geq 2 \cdot h$, figura 14.3

$k_{c,90} = 1,25$	madera maciza de coníferas
$k_{c,90} = 1,50$	madera laminada encolada de coníferas

- En piezas sobre apoyos puntuales, siempre que $l_1 \geq 2 \cdot h$, figura 14.3

$k_{c,90} = 1,50$	madera maciza de coníferas
$k_{c,90} = 1,75$	madera laminada encolada de coníferas, siempre que $l \leq 400$ mm

donde h es el canto de la pieza y l es la longitud de contacto. En el caso de que no se cumpla la relación expresada entre l_1 y h , se tomará $k_{c,90} = 1$.

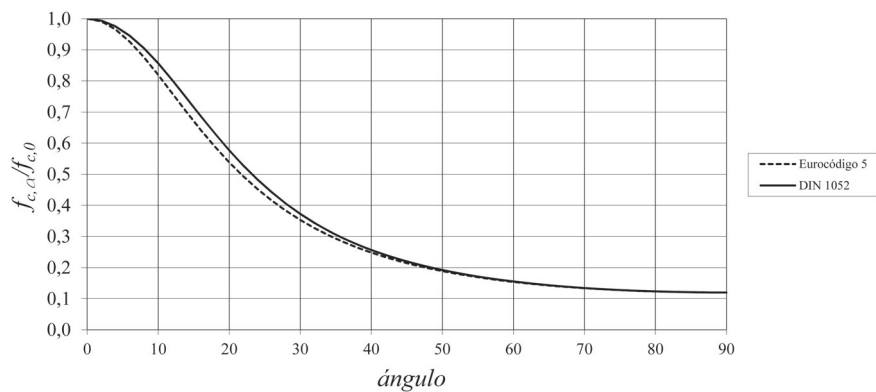


Figura 14.5. Relación entre la resistencia a compresión oblicua y la resistencia a compresión paralela a la fibra obtenida mediante la ecuación 14.4 (Eurocódigo 5) y la ecuación 14.7 (DIN 1052) para una clase resistente C22 (relación $f_{c,0,k}/f_{c,90,k} = 8,33$ y $f_{c,0,k}/f_{v,k} = 5,26$), tomando $k_{c,90} = 1$.

Un ejemplo de aplicación es el caso del apoyo de una pieza inclinada, figura 14.6. La longitud eficaz a considerar será igual a la longitud real de contacto más las longitudes añadidas c_1 y c_2 , medidas en la dirección de la fibra.

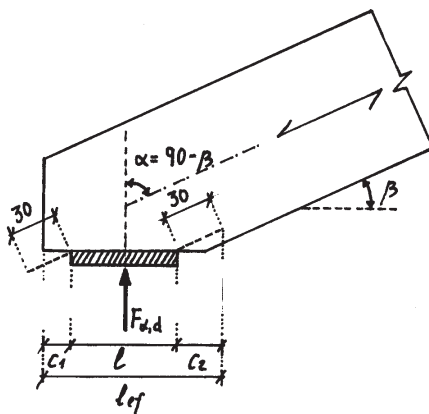


Figura 14.6. Compresión oblicua en el apoyo de un par.

Así, la longitud eficaz es,

$$l_{ef} = l + c_1 + c_2 \quad (14.8)$$

donde c_1 y c_2 son los menores valores entre $30 \text{ mm} \cdot \cos \beta$, l o la distancia hasta el final de la pieza.

corta) el valor de cálculo del cortante en el apoyo presenta las siguientes componentes: $V_{y,d} = 14,752$ kN y $V_{z,d} = 0,737$ kN. Se desea comprobar la compresión perpendicular a la fibra en la base de asiento de la correa.

La comprobación de la tensión perpendicular a la fibra debe hacerse para la componente $V_{y,d}$ y para la $V_{z,d}$. Sin embargo, la segunda componente tiene un valor muy pequeño y el área de apoyo es grande, por lo que no es relevante.

La tensión perpendicular a la fibra se obtiene repartiendo el esfuerzo cortante $V_{y,d}$ entre el área eficaz de apoyo, según la ecuación 14.1:

$$A_{ef} = b l_{ef} = b(l + a_1 + a_2) = 90(70 + 30) = 9000 \text{ mm}^2$$

La anchura de apoyo b , se ha tomado igual a la anchura de la correa (100 mm) menos 10 mm que representan 5 mm de disminución de la anchura apoyada en cada arista de la sección debido al biselado que se hace para facilitar el asiento en el herraje. La longitud del apoyo se ha tomado igual a la longitud de la base de apoyo del herraje (80 mm) menos 10 mm que pueden darse por una holgura constructiva en el largo de la correa. Además, una de las dimensiones a_i se toma igual a 30 mm y la otra nula. Por tanto la tensión de cálculo será,

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{V_{y,d}}{A_{ef}} = \frac{14752}{9000} = 1,64 \text{ N/mm}^2$$

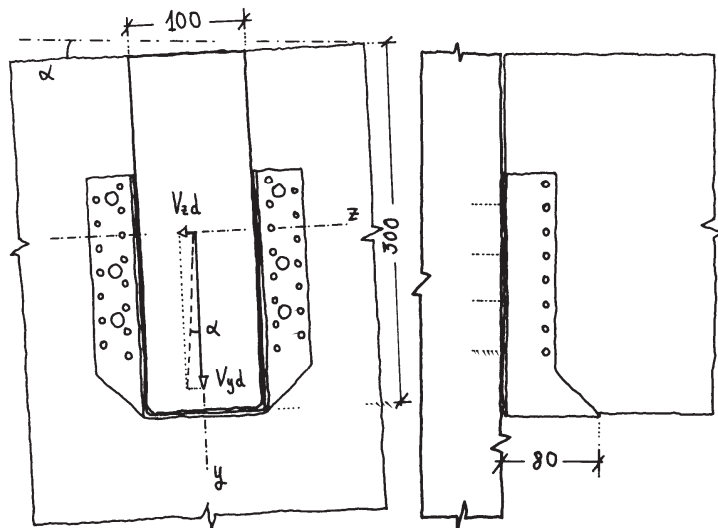


Figura 14.8. Ejemplo de apoyo de correa de madera laminada encolada.

Y la comprobación de acuerdo con la ecuación 14.2,

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} f_{c,90,d}} = \frac{1,64}{1,75 \cdot 1,80} = 0,52 \leq 1$$

Donde $k_{c,90} = 1,75$ para apoyos puntuales en piezas de madera laminada encolada y la resistencia de cálculo a compresión perpendicular a la fibra para clase de servicio 1, duración corta y clase resistente GL24h es,

$$f_{c,90,d} = k_{mod} f_{c,90,k} / \gamma_M = 0,9 \cdot 2,5 / 1,25 = 1,80 \text{ N/mm}^2$$

EJEMPLO 14.2:

Una viga continua de tipo Gerber con un enlace articulado debe transmitir un esfuerzo cortante de cálculo $V_d = 105 \text{ kN}$ en una combinación para una duración corta de la carga, figura 14.9. La viga tiene una sección transversal de $140 \times 1500 \text{ mm}$, es de clase resistente GL24h y se encuentra en clase de servicio 1. El enlace se ha resuelto mediante un herraje oculto como se describe en la figura, en forma de doble T. El alma tiene un espesor de 6 mm y se aloja en una ranura de 8 mm de anchura. La carga se transmite por compresión perpendicular a la fibra a través de unas chapas de 8 mm de espesor que tienen una superficie de $130 \times 250 \text{ mm}$. Se desea comprobar la validez del nivel de tensión de compresión perpendicular sobre dichas placas.

La tensión de compresión perpendicular a la fibra se calcula repartiendo la fuerza, en este caso, el esfuerzo cortante V_d , entre la superficie eficaz de apoyo

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{V_d}{A_{ef}} = \frac{105000}{34160} = 3,074 \text{ N/mm}^2$$

donde el área eficaz tiene en cuenta la distancia $a_2 = 30 \text{ mm}$ en dirección paralela a la fibra y descuenta los 8 mm de la anchura de la ranura en la pieza de madera. Según la ecuación 14.1,

$$A_{ef} = b l_{ef} = b(l + a_1 + a_2) = (130 - 8)(250 + 30) = 34160 \text{ mm}^2$$

La comprobación se efectúa de acuerdo con la ecuación 14.2,

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} f_{c,90,d}} = \frac{3,074}{1,75 \cdot 1,80} = 0,98 \leq 1$$

donde,

$k_{c,90} = 1,75$, para madera laminada encolada de coníferas, siempre que $l = 250 \leq 400 \text{ mm}$;

por la posibilidad de la existencia de fendas de secado (véase apartado 6.3.1.2 del Tomo I, ecuación 6.13).

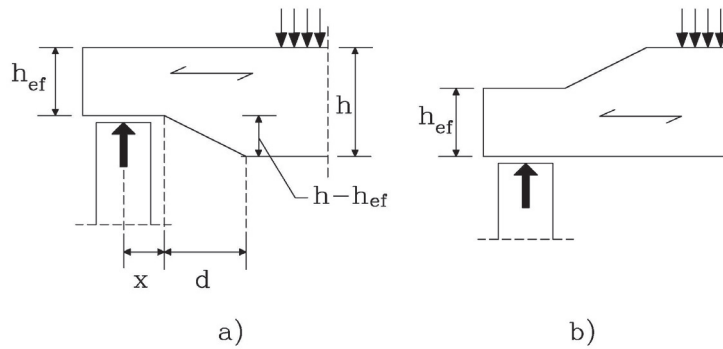


Figura 14.10. Apoyo de vigas con entalladura.

La condición que debe cumplirse es la siguiente:

$$\frac{\tau_d}{k_v \cdot f_{v,d}} \leq 1 \quad (14.10)$$

donde,

k_v factor de reducción que adopta los valores siguientes:

- En el apoyo extremo de vigas con el rebaje en la parte inferior, figura 14.10a.

$$k_v = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ k_n \left(1 + \frac{1,1 i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right) \\ \sqrt{h} \left[\sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0,8 \frac{x}{h} \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right] \end{array} \right. \quad (14.11)$$

- i $d/(h-h_{ef})$, define la inclinación del rebaje, figura 14.10a;
- h canto de la viga en mm, figura 14.23a;
- x distancia desde el eje del apoyo hasta el final del rebaje, figura 14.10a;
- α h_{ef}/h ;
- k_n 4,5 para madera microlaminada, 5 para madera maciza y 6,5 para madera laminada encolada.

- En el apoyo extremo de vigas con el rebaje en la parte superior, figura 14.10b.

$$k_v = 1$$

donde,

k_{cr} coeficiente que reduce la anchura de la sección en función de la posibilidad de la existencia de fendas de secado (ec. 6.3.1.2 Tomo I de Estructuras de madera. Bases de cálculo). Su valor es 0,67 para la madera maciza y laminada encolada y 1,0 en otros productos derivados de la madera;

$l_{c,ef} = \min (l_c + 30 \text{ mm}; 2 \cdot l_c);$

k_z coeficiente dependiente de la geometría de la espiga

$$k_z = \beta \cdot [1 + 2 \cdot (1 - \beta)^2] \cdot (2 - \alpha) \quad (14.16)$$

$$\text{con } \alpha = h_e/h \quad \text{y} \quad \beta = h_c/h_e$$

k_v coeficiente reductor de la resistencia a cortante

- En vigas con la entalladura en el lado opuesto al apoyo ($h_i = 0$)

$$k_v = 1,00$$

- En vigas con la entalladura en el mismo lado del apoyo ($h_i \neq 0$)

$$k_v = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,00 \\ \frac{k_n}{\sqrt{h} \cdot \left[\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{v}{h} \sqrt{\frac{I}{\alpha} - \alpha^2} \right]} \end{array} \right. \quad (14.17)$$

$$\text{con } \alpha = \frac{h_e}{h}$$

$$k_n = \begin{array}{l} 4,5 \text{ en madera microlaminada} \\ 5,0 \text{ en madera maciza} \\ 6,5 \text{ en madera laminada encolada} \end{array}$$

b, h_e, h_c, h, l_c véase figura 14.10.

Comentarios: el factor k_v de la ecuación 14.17 es el mismo que el de la ecuación 14.11 particularizada para el caso de ángulo recto ($i=0$).

La espiga debe apoyar en toda su longitud, l_c . Además deben cumplirse las siguientes condiciones,

$$\begin{aligned}
 t_v &\leq \frac{h_2}{4} \quad \text{para } \beta \leq 50^\circ \\
 t_v &< \frac{h_2}{6} \quad \text{para } \beta \geq 60^\circ \\
 t_v &\leq \frac{h_2}{120}(80 - \beta) \quad \text{para } 50 < \beta < 60^\circ \quad (\text{interpolación lineal})
 \end{aligned}
 \tag{14.18}$$

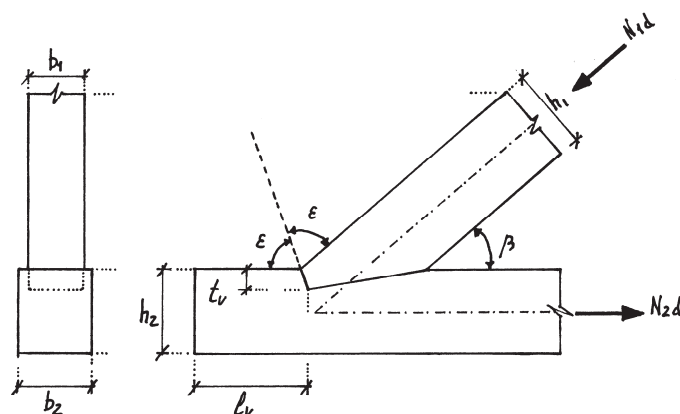


Figura 14.13. Embarbillado frontal simple.

- Longitud del cogote, l_v :

La distribución de las tensiones tangenciales en el cogote no es uniforme sino que sigue una ley como la indicada en la figura 14.14 (Colling 2004, Villar et al. 2007, Aira et al. 2015a). La tensión tangencial es máxima en el vértice inferior de la caja y disminuye rápidamente a lo largo del cogote. La capacidad de carga, lógicamente, aumenta con la longitud del cogote l_v , pero se ha observado que para valores de la relación l_v/t_v mayores que 8, la capacidad de carga prácticamente ya no aumenta.

El anexo nacional DIN EN 1995-1-1/NA:2013 admite la comprobación de la tensión tangencial con una distribución uniforme con la limitación de no considerar a efectos de cálculo un valor de $l_v > 8 t_v$. También se da un valor mínimo para la longitud del cogote que es de 200 mm según la versión de 2008 de la norma DIN 1052 y 150 mm en el DB-SE-M.

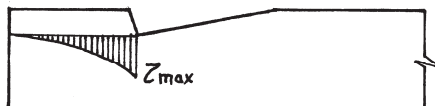


Figura 14.14. Distribución de las tensiones tangenciales en el cogote.

En el caso de embarbillado por ambas caras de la pieza, como ocurre en el encuentro

entre el pendolón de una cercha y las tornapuntas o los pares, figura 14.15, cada rebaje no deberá superar una profundidad $t_v = h/6$, independientemente del ángulo, β , de la unión (DIN EN 1995-1-1/NA:2013).

Las piezas deben asegurarse mediante pernos, tirafondos o herrajes que garanticen su posición durante el transporte y montaje. Además, en servicio estos elementos mantienen las piezas en su plano.

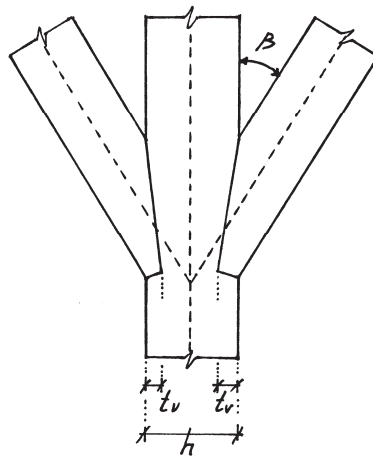


Figura 14.15. Embarbillado por ambas caras de la pieza.

14.5.1.3 Comprobaciones en el embarbillado

En este apartado para la comprobación de la unión se exponen, en primer lugar, las reglas indicadas en el anexo nacional DIN EN 1995-1-1/NA:2013 (similar a la norma DIN 1052:2008) y después las reglas recogidas en el DB SE-EM del CTE. En ambos casos se desprecian las fuerzas de rozamiento entre las superficies de las piezas, lo que equivale a admitir que sobre la superficie de la barbilla la tensión es perpendicular a la misma. Prácticamente toda la carga se transmite a través del frente de la barbilla, sobre todo si se produce una contracción de la madera por secado, figura 14.16.

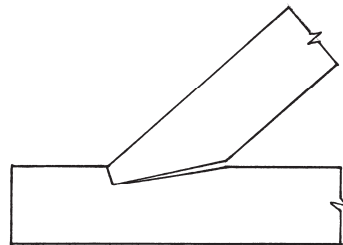


Figura 14.16. Efecto de la contracción de la madera en la unión.

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1 \quad (14.23)$$

Siendo $\sigma_{c,\alpha,d}$ la tensión de compresión oblicua en el frente de la barbilla,

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_I}{b_I t_v / \cos \alpha} \quad (14.24)$$

F_I fuerza de compresión perpendicular a la superficie del frente de la barbilla, ecuación 14.19;

$f_{c,\alpha,d}$ la resistencia a compresión oblicua. Esta resistencia viene definida en el anexo DIN EN 1995-1-1/NA:2013 (y en la versión de 2008 de la norma DIN 1052) por la siguiente expresión,

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \text{sen}^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \text{sena} \cdot \text{cosa}\right)^2 + \cos^4 \alpha}} \quad (14.25)$$

donde,

$f_{c,\alpha,d}$ resistencia de cálculo a compresión paralela a la fibra;

$f_{c,90,d}$ resistencia de cálculo a compresión perpendicular a la fibra;

$f_{v,d}$ resistencia de cálculo a cortante;

α ángulo entre la dirección de la tensión de compresión y la dirección de la fibra. En este caso, $\alpha = \beta/2$.

Comentarios: la ecuación 14.25 es específica para la comprobación de la compresión oblicua en ensambles de barbilla. En la misma norma DIN 1052 existe otra expresión ligeramente diferente que es de aplicación en otros casos (véase apartado 14.2.2 y ecuación 14.7). La ecuación 14.25 da resistencias mayores que la ecuación 14.7.

La norma UNE-EN 1995-1-1 (Eurocódigo 5) no propone una expresión específica para la resistencia a la compresión oblicua en embarbillados. Por lo tanto, cabría interpretar que se debería utilizar la expresión general, ecuación 14.4, para la resistencia a la compresión oblicua, que da lugar a valores inferiores,

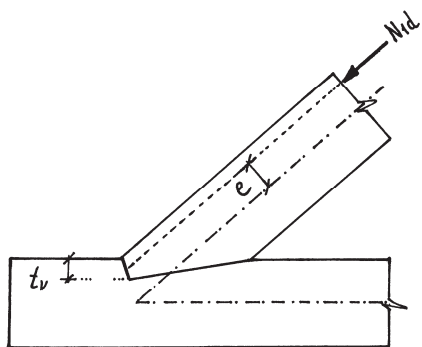


Figura 14.18. Excentricidad en el par.

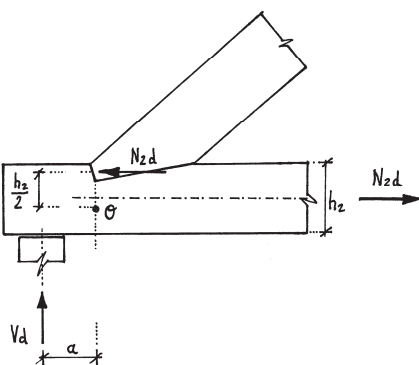


Figura 14.19. Excentricidad en el tirante.

La comprobación a realizar será la siguiente,

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (14.32)$$

donde

- $\sigma_{t,0,d}$ tensión de tracción producida por el axil, N_{2d} , calculada con el área neta de la sección del tirante (descontando el rebaje);
- $\sigma_{m,d}$ tensión de flexión originada por el momento flector ΔM_d , calculada con el área neta;
- $f_{t,0,d}$ y $f_{m,d}$ resistencias de cálculo a tracción paralela a la fibra y a flexión, respectivamente.

La distancia a , figura 14.19, siempre que sea posible deberá elegirse para minimizar el momento ΔM_d . Igualando el momento a cero se obtiene,

b) Profundidad de la barbilla, t , figura 14.20,

$$t \geq \frac{F_d \cdot \cos \beta}{b \cdot f_{c,\alpha,d}} \quad (14.35)$$

Donde $\alpha = \beta/2$, siempre que el corte de la barbilla se haga con la bisectriz, como se indica en la figura 14.20, y $F_d = N_{1d}$. Esta ecuación es equivalente a la ecuación 14.23, pero tomando $F_l = N_{1d} \cdot \cos \alpha$, es decir despreciando el efecto favorable del cortante. Presenta, además como otras diferencias, el tomar una de las dimensiones de la barbilla igual a t , sin considerar el aumento de longitud debida a la inclinación; y por otro lado, la resistencia a compresión oblicua, $f_{c,\alpha,d}$ se obtiene mediante la ecuación 14.26, tomando $k_{c,90} = 1$ y reduciendo la $f_{c,0,d}$ por el factor igual a 0,80.

c) Canto del par, d ,

$$d \geq \frac{F_d}{b \cdot f_{c,\alpha,d}} \quad (14.36)$$

Donde $\alpha = \beta$, $F_d = N_{1d}$ y la resistencia $f_{c,\alpha,d}$ se obtiene, igual que en el caso anterior, mediante la ecuación 13.26, tomando $k_{c,90} = 1$ y reduciendo la $f_{c,0,d}$ por el factor igual a 0,80.

Las condiciones recomendadas para la geometría del embarbillado son las mismas que las definidas en el anexo nacional DIN EN 1995-1-1/NA:2013 (y en la antigua norma DIN 1052:2008), ecuaciones 14.18.

14.5.1.5 Proporción geométrica y capacidad de carga

Para realizar un dimensionado simple puede seguirse el procedimiento que se expone a continuación. La condición debida a la capacidad de tensión tangencial en el cogote (ecs. 14.27 y 14.21), sin considerar el esfuerzo cortante ($V_{1d} = 0$), lo que va a favor de la seguridad, lleva a la siguiente ecuación,

$$\frac{N_{1d} \cdot \cos \beta}{k_{cr} b_2 \cdot l_v \cdot f_{v,d}} \leq 1 \quad (14.37)$$

Si se toma $l_v = 8 \cdot t_v$, es decir, el valor máximo que permite suponer una distribución uniforme de las tensiones rasantes, y además, se hace $t_v = h_2/4$ o $t_v = h_2/5$ se obtiene, la condición siguiente,

$$\begin{aligned}
 i_{t,0} &\leq 2 k_{cr} \frac{f_{v,d}}{f_{t,0,d}} \quad \text{para } t_v = h_2/4 ; \beta \leq 50^\circ \text{ y } l_v = 8 \cdot t_v \\
 i_{t,0} &\leq \frac{8}{5} k_{cr} \frac{f_{v,d}}{f_{t,0,d}} \quad \text{para } t_v = h_2/5 ; \beta \leq 50^\circ \text{ y } l_v = 8 \cdot t_v
 \end{aligned}
 \tag{14.38}$$

Siendo $i_{t,0}$ el índice de agotamiento por tracción de la sección bruta del tirante deducido de la expresión: $N_{2d}/(b_2 \cdot h_2 \cdot f_{t,0,d})$.

En la tabla 14.2 se resumen los índices de agotamiento, así obtenidos para algunas clases resistentes y para $k_{cr} = 0,67$. De esta manera, por ejemplo para una clase C18 un embarbillado simple con una profundidad t_v igual a la quinta parte de la altura de la sección del tirante y con una longitud l_v igual a 8 veces t_v , será válida siempre que el agotamiento del tirante frente a la tracción bruta no sea superior a 0,33.

	Índice de agotamiento $i_{t,0}$	
	$t_v = h_2/5$	$t_v = h_2/4$
C14	0,40	0,50
C16	0,34	0,43
C18	0,33	0,41
C20	0,32	0,40
C22	0,29	0,36
C24	0,31	0,38
C27	0,27	0,33
C30	0,24	0,29

Tabla 14.2. Índices de agotamiento máximos del tirante en tracción bruta ($i_{t,0} = N_{2d}/(b_2 \cdot h_2 \cdot f_{t,0,d})$), para la validez de la longitud del cogote $l_v = 8 \cdot t_v$ y para $k_{cr} = 0,67$.

Comentario: en el caso de limitar la tensión máxima de cortante al 40 o 50% de la resistencia $f_{v,d}$ como se comentó en la ecuación 14.27, los índices de la tabla 14.2 quedarían igualmente multiplicados por 0,4 a 0,5, respectivamente.

Por otro lado, la condición de compresión oblicua (ecs. 14.23 y 14.24) da lugar a la siguiente condición, despreciando el efecto favorable del cortante, $V_{1d} = 0$,

$$\frac{\sigma_{c,a,d}}{f_{c,a,d}} = \frac{N_{1d} \cdot \cos^2 \alpha}{b_1 \cdot t_v \cdot f_{c,a,d}} = \frac{N_{1d} \cdot \cos^2 \alpha}{b_1 (h_2/n) \cdot f_{c,a,d}} \leq 1$$

Si, como simplificación, suponemos que la altura del tirante es igual a la altura del par ($h_2 = h_1$), queda

$$\frac{N_{1d}}{b_1 \cdot h_1} \cdot \frac{n \cdot \cos^2 \alpha}{f_{c,a,d}} = \sigma_{c,0,d} \frac{n \cdot \cos^2 \alpha}{f_{c,a,d}} \leq 1$$

recto, por lo que no tiene ventaja esta opción.

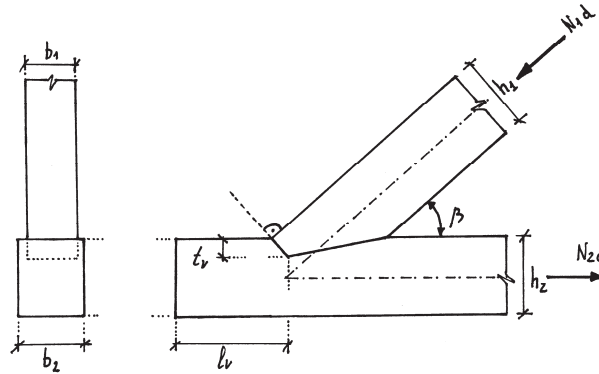


Figura 14.21. Embarbillado en ángulo recto.

14.5.2.2 Reglas de predimensionado

Son las mismas que para la unión frontal (14.5.1.2).

14.5.2.3 Comprobaciones en el embarbillado

Al establecer el equilibrio de fuerzas de manera similar al caso del embarbillado frontal (14.5.1.3), se observa que la fuerza F_1 , perpendicular a la superficie de corte, coincide con el axil N_{1d} del par, y la fuerza F_2 , con el cortante, V_{1d} , figura 14.22. La fuerza F_1 de compresión actúa en dirección paralela a la fibra en el par y de forma oblicua, con un ángulo β , sobre el tirante.

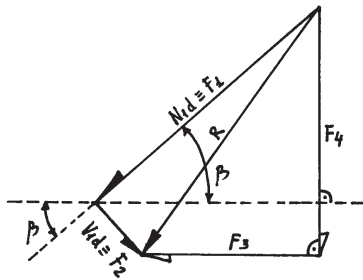


Figura 14.22. Fuerzas que actúan en el par (embarbillado en ángulo recto).

a) Compresión oblicua en el frente de la barbilla

Debe cumplirse la siguiente ecuación,

$$\frac{\sigma_{c,a,d}}{f_{c,a,d}} \leq 1 \quad (14.41)$$

Así por ejemplo, para un tirante con unas dimensiones $b \times h = 200 \times 240$ mm de clase resistente C22 utilizando cuñas de madera de clase D30, la profundidad del encaje más eficaz es $t = 0,19 \cdot 240 = 45,6$ mm y la longitud mínima del cogote es $l = 1,13 \cdot 240 = 272$ mm. Este valor cumple la condición $272 / 45,6 = 5,96 \leq 8$. Este valor es superior al mínimo de $l = 200$ mm. Con estas condiciones, el índice de agotamiento por tracción paralela a la fibra en la sección bruta del tirante no deberá superar el valor de 0,11. Si se considera el agotamiento por tracción perpendicular a la fibra, la profundidad del encaje sería $t = 0,08 \cdot 240 = 19,2$ mm y la longitud mínima del cogote $l = 0,52 \cdot 240 = 125$ mm (200 mm mínimo). El índice de agotamiento máximo de la sección bruta del tirante sería de tan solo 0,05. Puede observarse cómo la capacidad teórica de transmisión de esfuerzos de estas uniones es muy reducida.

		Sin cuñas	Con cuñas
C14	$i_{t,0} \text{ (bruto)} \leq$	0,15-0,06	0,13-0,05
	$l/h \geq$	1,19-0,48	1,04-0,40
	$t/h =$	0,08-0,03	0,13-0,05
C16	$i_{t,0} \text{ (bruto)} \leq$	0,14-0,05	0,12-0,045
	$l/h \geq$	1,31-0,48	1,12-0,43
	$t/h =$	0,08-0,03	0,15-0,06
C18	$i_{t,0} \text{ (bruto)} \leq$	0,14-0,06	0,12-0,05
	$l/h \geq$	1,36-0,58	1,15-0,49
	$t/h =$	0,10-0,04	0,16-0,07
C20	$i_{t,0} \text{ (bruto)} \leq$	0,14-0,06	0,11-0,055
	$l/h \geq$	1,39-0,60	1,10-0,55
	$t/h =$	0,09-0,04	0,17-0,08
C22	$i_{t,0} \text{ (bruto)} \leq$	0,14-0,06	0,11-0,05
	$l/h \geq$	1,43-0,61	1,13-0,52
	$t/h =$	0,10-0,04	0,19-0,08
C24	$i_{t,0} \text{ (bruto)} \leq$	0,14-0,055	0,11-0,05
	$l/h \geq$	1,46-0,60	1,15-0,52
	$t/h =$	0,10-0,04	0,20-0,09
C30	$i_{t,0} \text{ (bruto)} \leq$	0,14-0,06	0,10-0,04
	$l/h \geq$	1,88-0,81	1,34-0,54
	$t/h =$	0,11-0,05	0,23-0,09

$i_{t,0}$: índice máximo de agotamiento por tracción de la sección bruta del tirante, $N_d/(b \cdot h)$

l : longitud del cogote a rasante. Mínimo: 200 mm. Máximo: $8 \cdot t$

t : grueso del frente del encaje

h : canto del tirante

Resistencia característica a compresión perpend. a la fibra en las cuñas, $f_{c,90,k} = 8 \text{ N/mm}^2$.

El segundo valor indicado en cada celda corresponde a la consideración del agotamiento incluyendo la grieta por tracción perpendicular a la fibra.

Tabla 14.4. Proporción geométrica y capacidad de carga del empalme de llave.

Capítulo 14

Uniones carpinteras: cálculo

14.1 INTRODUCCIÓN

El cálculo de las uniones carpinteras consiste, en general, en la comprobación de las tensiones normales de compresión localizadas y las tensiones tangenciales en los cogotes de las piezas, que se generan en la transmisión de los esfuerzos.

En general, las uniones carpinteras no son capaces de resistir una inversión de esfuerzos, y la mayoría están pensadas para transmitir esfuerzos de compresión. Por tanto, es importante estudiar la posible inversión de esfuerzos, particularmente la debida a la acción del viento y, en especial, en cubiertas muy ligeras. En su caso, deberán disponerse herrajes aptos para responder ante esos esfuerzos (pletinas, pernos, etc.).

Por otro lado, en la comprobación de las piezas, deberán tenerse en cuenta las reducciones de sección que sufren en el ensamble, debidas a rebajes y cajas. En algunos casos donde la justificación de la unión mediante el cálculo no es posible o fiable, deberá procederse al ensayo de modelos.

Son pocas las normas de cálculo que incluyen reglas de dimensionado para las uniones carpinteras. Por un lado esto se debe a la falta de su empleo en las décadas recientes, donde las uniones de tipo mecánico habían sustituido a las carpinteras, casi de forma general. También se debe, en parte, a que las comprobaciones de la capacidad portante pueden plantearse de manera simplificada mediante la aplicación de los procedimientos de comprobación de tensiones de compresión localizada y de tensiones tangenciales. Este proceder no siempre incluye algunos fenómenos de concentración de tensiones y efectos de hienda y tracción perpendicular a la fibra, que pueden resultar críticos en el diseño de la unión.

En la versión actual del Eurocódigo 5 no se tratan, mientras que en el DB-SE de Estructuras de Madera del CTE se incluyen únicamente unas reglas para el cálculo de las uniones embarbilladas. En el anexo nacional del Eurocódigo de algunos países Europeos como es el caso de Alemania y Austria, se proponen reglas para la comprobación de algunos tipos de uniones carpinteras, como el embarbillado y la caja y espiga (véanse las normas DIN EN 1995-1-1/NA:2013 y ÖNORM EN 1995-1-1/NA:2014). Su planteamiento recoge de manera muy similar las mismas reglas que se recogían en la antigua norma DIN 1052:2008. A continuación se exponen los procedimientos de comprobación que proceden principalmente de la normativa citada y de la bibliografía alemana.

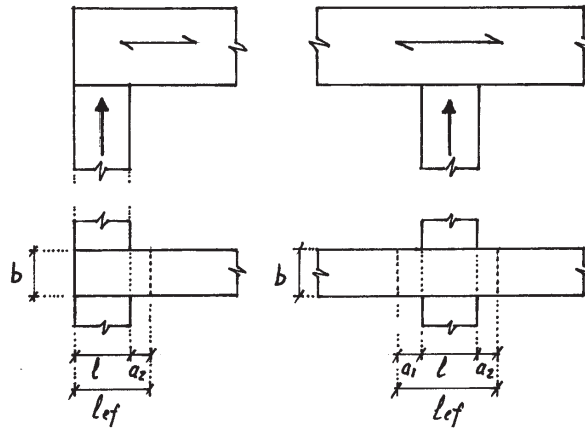


Figura 14.2. Área eficaz en los apoyos extremo e intermedio de una viga.

donde

$\sigma_{c,90,d}$ tensión de cálculo de compresión perpendicular a la fibra producida por la fuerza aplicada F_d sobre la superficie eficaz (F_d/A_{ef});

$f_{c,90,d}$ resistencia de cálculo a compresión perpendicular a la fibra;

$k_{c,90}$ factor que es función de la configuración de la unión, la posibilidad de hienda y la deformación por compresión.

- En durmientes (apoyados en continuo), siempre que $l_1 \geq 2 \cdot h$, figura 14.3

$k_{c,90} = 1,25$	madera maciza de coníferas
$k_{c,90} = 1,50$	madera laminada encolada de coníferas

- En piezas sobre apoyos puntuales, siempre que $l_1 \geq 2 \cdot h$, figura 14.3

$k_{c,90} = 1,50$	madera maciza de coníferas
$k_{c,90} = 1,75$	madera laminada encolada de coníferas, siempre que $l \leq 400$ mm

donde h es el canto de la pieza y l es la longitud de contacto. En el caso de que no se cumpla la relación expresada entre l_1 y h , se tomará $k_{c,90} = 1$.

corta) el valor de cálculo del cortante en el apoyo presenta las siguientes componentes: $V_{y,d} = 14,752$ kN y $V_{z,d} = 0,737$ kN. Se desea comprobar la compresión perpendicular a la fibra en la base de asiento de la correa.

La comprobación de la tensión perpendicular a la fibra debe hacerse para la componente $V_{y,d}$ y para la $V_{z,d}$. Sin embargo, la segunda componente tiene un valor muy pequeño y el área de apoyo es grande, por lo que no es relevante.

La tensión perpendicular a la fibra se obtiene repartiendo el esfuerzo cortante $V_{y,d}$ entre el área eficaz de apoyo, según la ecuación 14.1:

$$A_{ef} = b l_{ef} = b(l + a_1 + a_2) = 90(70 + 30) = 9000 \text{ mm}^2$$

La anchura de apoyo b , se ha tomado igual a la anchura de la correa (100 mm) menos 10 mm que representan 5 mm de disminución de la anchura apoyada en cada arista de la sección debido al biselado que se hace para facilitar el asiento en el herraje. La longitud del apoyo se ha tomado igual a la longitud de la base de apoyo del herraje (80 mm) menos 10 mm que pueden darse por una holgura constructiva en el largo de la correa. Además, una de las dimensiones a_i se toma igual a 30 mm y la otra nula. Por tanto la tensión de cálculo será,

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{V_{y,d}}{A_{ef}} = \frac{14752}{9000} = 1,64 \text{ N/mm}^2$$

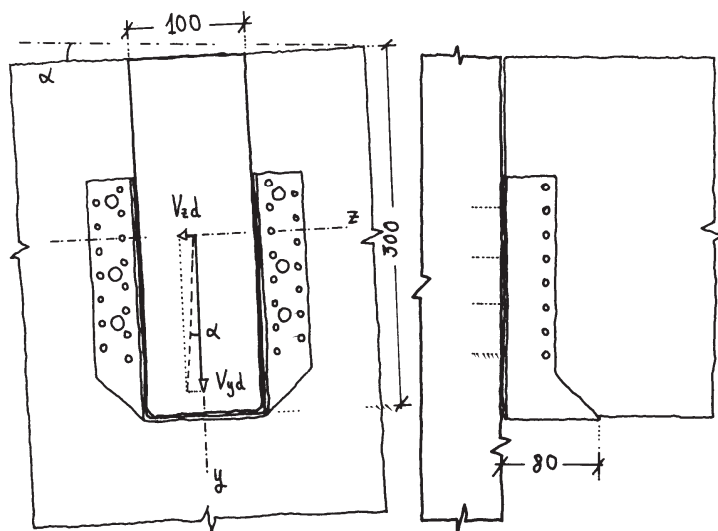


Figura 14.8. Ejemplo de apoyo de correa de madera laminada encolada.

donde,

k_{cr} coeficiente que reduce la anchura de la sección en función de la posibilidad de la existencia de fendas de secado (ec. 6.3.1.2 Tomo I de Estructuras de madera. Bases de cálculo). Su valor es 0,67 para la madera maciza y laminada encolada y 1,0 en otros productos derivados de la madera;

$l_{c,ef} = \min (l_c + 30 \text{ mm}; 2 \cdot l_c);$

k_z coeficiente dependiente de la geometría de la espiga

$$k_z = \beta \cdot [1 + 2 \cdot (1 - \beta)^2] \cdot (2 - \alpha) \quad (14.16)$$

$$\text{con } \alpha = h_e/h \quad \text{y} \quad \beta = h_c/h_e$$

k_v coeficiente reductor de la resistencia a cortante

- En vigas con la entalladura en el lado opuesto al apoyo ($h_i = 0$)

$$k_v = 1,00$$

- En vigas con la entalladura en el mismo lado del apoyo ($h_i \neq 0$)

$$k_v = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,00 \\ \frac{k_n}{\sqrt{h} \cdot \left[\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{v}{h} \sqrt{\frac{I}{\alpha} - \alpha^2} \right]} \end{array} \right. \quad (14.17)$$

$$\text{con } \alpha = \frac{h_e}{h}$$

$$k_n = \begin{array}{l} 4,5 \text{ en madera microlaminada} \\ 5,0 \text{ en madera maciza} \\ 6,5 \text{ en madera laminada encolada} \end{array}$$

b, h_e, h_c, h, l_c véase figura 14.10.

Comentarios: el factor k_v de la ecuación 14.17 es el mismo que el de la ecuación 14.11 particularizada para el caso de ángulo recto ($i=0$).

La espiga debe apoyar en toda su longitud, l_c . Además deben cumplirse las siguientes condiciones,

entre el pendolón de una cercha y las tornapuntas o los pares, figura 14.15, cada rebaje no deberá superar una profundidad $t_v = h/6$, independientemente del ángulo, β , de la unión (DIN EN 1995-1-1/NA:2013).

Las piezas deben asegurarse mediante pernos, tirafondos o herrajes que garanticen su posición durante el transporte y montaje. Además, en servicio estos elementos mantienen las piezas en su plano.

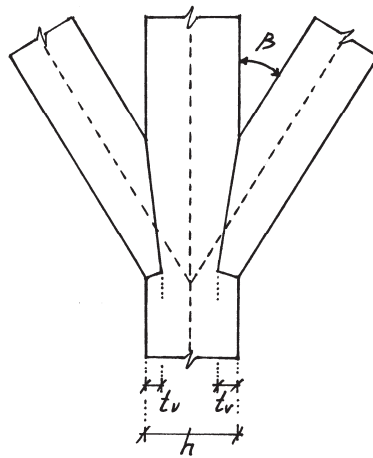


Figura 14.15. Embarbillado por ambas caras de la pieza.

14.5.1.3 Comprobaciones en el embarbillado

En este apartado para la comprobación de la unión se exponen, en primer lugar, las reglas indicadas en el anexo nacional DIN EN 1995-1-1/NA:2013 (similar a la norma DIN 1052:2008) y después las reglas recogidas en el DB SE-EM del CTE. En ambos casos se desprecian las fuerzas de rozamiento entre las superficies de las piezas, lo que equivale a admitir que sobre la superficie de la barbilla la tensión es perpendicular a la misma. Prácticamente toda la carga se transmite a través del frente de la barbilla, sobre todo si se produce una contracción de la madera por secado, figura 14.16.

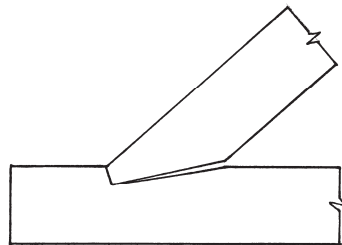


Figura 14.16. Efecto de la contracción de la madera en la unión.

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1 \quad (14.23)$$

Siendo $\sigma_{c,\alpha,d}$ la tensión de compresión oblicua en el frente de la barbilla,

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{\perp}}{b_{\perp} t_v / \cos \alpha} \quad (14.24)$$

F_{\perp} fuerza de compresión perpendicular a la superficie del frente de la barbilla, ecuación 14.19;

$f_{c,\alpha,d}$ la resistencia a compresión oblicua. Esta resistencia viene definida en el anexo DIN EN 1995-1-1/NA:2013 (y en la versión de 2008 de la norma DIN 1052) por la siguiente expresión,

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \text{sen}^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \text{sena} \cdot \text{cosa}\right)^2 + \cos^4 \alpha}} \quad (14.25)$$

donde,

$f_{c,\alpha,d}$ resistencia de cálculo a compresión paralela a la fibra;

$f_{c,90,d}$ resistencia de cálculo a compresión perpendicular a la fibra;

$f_{v,d}$ resistencia de cálculo a cortante;

α ángulo entre la dirección de la tensión de compresión y la dirección de la fibra. En este caso, $\alpha = \beta/2$.

Comentarios: la ecuación 14.25 es específica para la comprobación de la compresión oblicua en ensambles de barbilla. En la misma norma DIN 1052 existe otra expresión ligeramente diferente que es de aplicación en otros casos (véase apartado 14.2.2 y ecuación 14.7). La ecuación 14.25 da resistencias mayores que la ecuación 14.7.

La norma UNE-EN 1995-1-1 (Eurocódigo 5) no propone una expresión específica para la resistencia a la compresión oblicua en embarbillados. Por lo tanto, cabría interpretar que se debería utilizar la expresión general, ecuación 14.4, para la resistencia a la compresión oblicua, que da lugar a valores inferiores,

b) Profundidad de la barbilla, t , figura 14.20,

$$t \geq \frac{F_d \cdot \cos \beta}{b \cdot f_{c,\alpha,d}} \quad (14.35)$$

Donde $\alpha = \beta/2$, siempre que el corte de la barbilla se haga con la bisectriz, como se indica en la figura 14.20, y $F_d = N_{1d}$. Esta ecuación es equivalente a la ecuación 14.23, pero tomando $F_l = N_{1d} \cdot \cos \alpha$, es decir despreciando el efecto favorable del cortante. Presenta, además como otras diferencias, el tomar una de las dimensiones de la barbilla igual a t , sin considerar el aumento de longitud debida a la inclinación; y por otro lado, la resistencia a compresión oblicua, $f_{c,\alpha,d}$ se obtiene mediante la ecuación 14.26, tomando $k_{c,90} = 1$ y reduciendo la $f_{c,0,d}$ por el factor igual a 0,80.

c) Canto del par, d ,

$$d \geq \frac{F_d}{b \cdot f_{c,\alpha,d}} \quad (14.36)$$

Donde $\alpha = \beta$, $F_d = N_{1d}$ y la resistencia $f_{c,\alpha,d}$ se obtiene, igual que en el caso anterior, mediante la ecuación 13.26, tomando $k_{c,90} = 1$ y reduciendo la $f_{c,0,d}$ por el factor igual a 0,80.

Las condiciones recomendadas para la geometría del embarbillado son las mismas que las definidas en el anexo nacional DIN EN 1995-1-1/NA:2013 (y en la antigua norma DIN 1052:2008), ecuaciones 14.18.

14.5.1.5 Proporción geométrica y capacidad de carga

Para realizar un dimensionado simple puede seguirse el procedimiento que se expone a continuación. La condición debida a la capacidad de tensión tangencial en el cogote (ecs. 14.27 y 14.21), sin considerar el esfuerzo cortante ($V_{1d} = 0$), lo que va a favor de la seguridad, lleva a la siguiente ecuación,

$$\frac{N_{1d} \cdot \cos \beta}{k_{cr} b_2 \cdot l_v \cdot f_{v,d}} \leq 1 \quad (14.37)$$

Si se toma $l_v = 8 \cdot t_v$, es decir, el valor máximo que permite suponer una distribución uniforme de las tensiones rasantes, y además, se hace $t_v = h_2/4$ o $t_v = h_2/5$ se obtiene, la condición siguiente,

- $\beta = 13,9296^\circ$ Ángulo formado entre la dirección de la fibra y la tensión de compresión perpendicular en el plano de contacto;
- $a = 0,2255 \cdot h$ Por tanto, la longitud de solape del empalme es $3h+2a = 3,451 \cdot h$;
- $m = 0,24841 \cdot h$ Grueso del taco de ajuste;
- $l = 1,0319 \cdot h$ Longitud de la superficie sometida a tensión tangencial rasante.

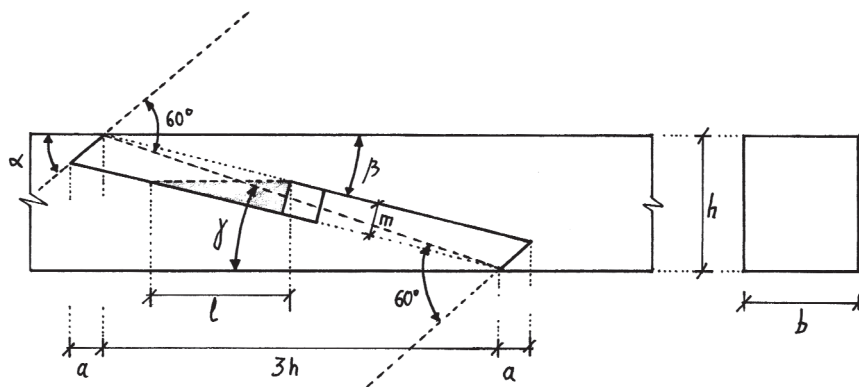


Figura 14.33. Parámetros de trazado del Rayo de Júpiter.

La eficacia de este empalme puede mejorarse recurriendo al rayo de Júpiter doble, aunque aumenta la longitud de solape a algo más de 4,5 veces el canto del tirante y su ajuste es más difícil. El trazado es similar al anterior, figura 14.34. La diferencia estriba en que las líneas de corte en los extremos son paralelas a la denominada línea media del rayo. Con mayor razón se aconseja disponer tres secciones empernadas de afianzamiento y refuerzo (Montero 1990).

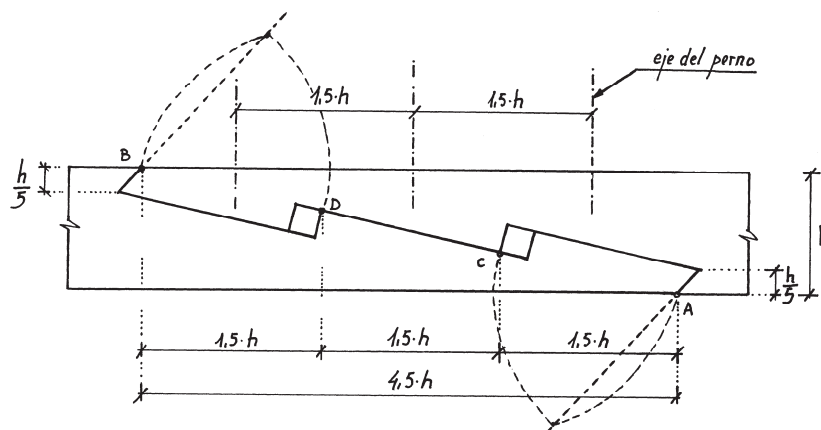


Figura 14.34. Trazado geométrico del Rayo de Júpiter doble.

En el trazado del rayo de Júpiter existen otras propuestas que varían ligeramente de la anterior (Hidalgo de Caviedes y del Soto 1944). En este caso el trazado es el siguiente, figura 14.35. Desde el eje del empalme se trazan dos rectas transversales al eje del tirante y a una distancia igual al canto h , del tirante. En la intersección de estas rectas con las rectas paralelas al eje del tirante y a una distancia $h/4$ del borde se encuentran los puntos D y E que definen una recta, aquí denominada línea media. Tomando en D y en E arcos de circunferencia DF y EG se trazan triángulos equiláteros para obtener el trazado de DA y BE de los cortes en los extremos.

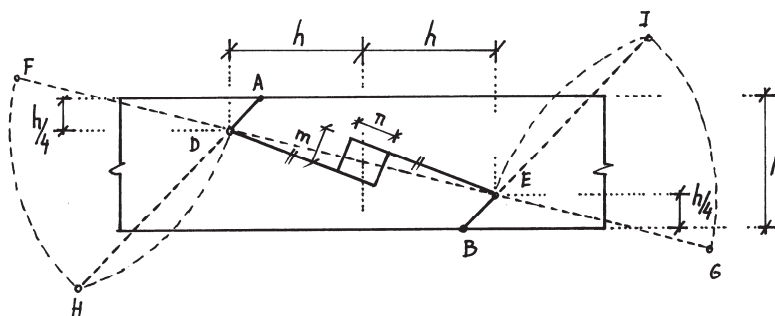


Figura 14.35. Trazado del rayo de Júpiter en una variante de menor longitud de solape.

Finalmente, desde D y E se trazan dos rectas paralelas entre sí que disten el grueso que quiera darse al taco (m) y se asigna una anchura (n) para terminar el trazado.

Puede observarse, que este trazado tiene una longitud de solape de $2 \cdot h$, frente a $3,451 \cdot h$ del anterior modelo. Por tanto, la pendiente del corte es mayor y la longitud de rasante (l en el caso anterior) será menor.

14.6.2.2 Comprobaciones

a) Comprobación de la resistencia a compresión local en el encaje

El esfuerzo axial del tirante, N_d , puede descomponerse en dos fuerzas; F_1 , en dirección perpendicular a la superficie de contacto comprimida de la cuña central y otra paralela a la superficie anterior, F_2 , figura 14.36, de valores,

$$\begin{aligned} F_1 &= N_d \cdot \cos\beta = 0,97059 \cdot N_d \\ F_2 &= N_d \cdot \sen\beta = 0,2407 \cdot N_d \end{aligned} \quad (14.70)$$

La componente F_2 provoca un efecto de apertura del empalme que es contrarrestado por el efecto de cuña de los extremos y por los pernos de afianzamiento. Además, existe una fuerza de rozamiento provocada por la compresión F_1 que se opone a F_2 en el plano de contacto.

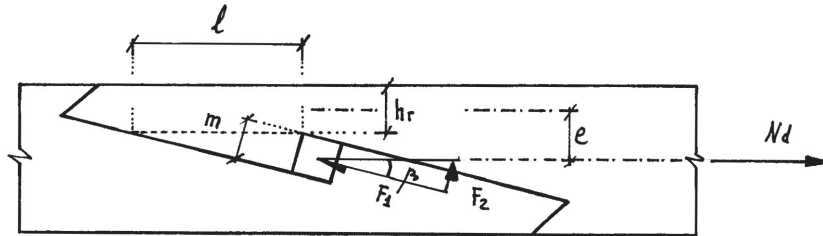


Figura 14.36. Componentes del axil N_d .

La componente F_1 , provoca una tensión de compresión perpendicular a la superficie de contacto $b \cdot m$, que debe cumplir la condición siguiente,

$$\frac{\sigma_{c,\varphi,d}}{f_{c,\varphi,d}} \leq 1 \quad (14.71)$$

Donde $\sigma_{c,\varphi,d}$ es la tensión de compresión perpendicular a la superficie de contacto, que para la cuña resulta perpendicular a la fibra y para la madera del tirante presenta un ángulo con respecto a la fibra igual a β ($13,9296^\circ$). Su valor es el siguiente,

$$\sigma_{c,\varphi,d} = \frac{F_1}{b \cdot m} = \frac{0,97059 \cdot N_d}{b \cdot 0,24841 \cdot h} = 3,9072 \cdot \frac{N_d}{b \cdot h} = 3,9072 \cdot \sigma_{t,0,d} \quad (14.72)$$

Y $f_{c,\varphi,d}$ es la resistencia de cálculo a compresión en la superficie de contacto, que en caso de no existir cuñas se obtendrá de la siguiente expresión, en la que $k_{c,90} = 1$,

$$f_{c,\varphi,d} = f_{c,\beta,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \cdot \text{sen}^2 \beta + \text{cos}^2 \beta} = f_{c,0,d} \cdot k_4 \quad (14.73)$$

siendo,

$$k_4 = \frac{1}{0,05795 \frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} + 0,9420} \quad (14.74)$$

Y en el caso de existir cuñas (situación más habitual) el ángulo $\varphi = 90^\circ$, la resistencia será igual a la resistencia a compresión perpendicular a la fibra de la madera de la cuña, $f_{c,90,d}$,

$$f_{c,\varphi,d} = f_{c,90,d} \quad (14.75)$$

Por tanto, la tensión bruta de tracción en el tirante, deberá cumplir la siguiente condición, para el caso de no existir cuñas,

c) Comprobación de la resistencia a flexotracción

La sección reducida de dimensiones $b \times h_r$, figura 14.36, está sometida a un esfuerzo de tracción N_d , y a un momento flector M_d , originado por la excentricidad e de la sección reducida respecto a la bruta del tirante. La altura reducida del tirante es $h_r = 0,5 \cdot (h - m \cdot (\sin \beta + \cos \beta)) = 0,34954 \cdot h$. La excentricidad es $e = 0,5 \cdot (h - h_r) = 0,32522 \cdot h$.

En la sección reducida debe cumplirse la siguiente condición,

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (14.83)$$

donde,

$\sigma_{t,0,d}$ tensión de tracción producida por el axil, N_d , calculada con el área neta de la sección del tirante ($b \cdot h_r$);

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_d}{b \cdot h_r} = 2,8609 \cdot \frac{N_d}{b \cdot h} \quad (14.84)$$

$\sigma_{m,d}$ tensión de flexión originada por el momento flector M_d , calculada con el módulo resistente de la sección neta,

$$\sigma_{m,d} = \frac{N_d \cdot e}{b \cdot h_r^2 / 6} = 15,971 \cdot \frac{N_d}{b \cdot h} \quad (14.85)$$

$f_{t,0,d}$ y $f_{m,d}$ resistencias de cálculo a tracción paralela a la fibra y a flexión, respectivamente.

Sustituyendo las expresiones 14.84 y 14.85 en la ecuación 14.83,

$$2,8609 \cdot \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{t,0,d}} + 15,971 \cdot \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{m,d}} \leq 1 \quad (14.86)$$

Y llamando $i_{t,0} = N_d / (b \cdot h \cdot f_{t,0,d})$ al índice de agotamiento de la sección bruta del tirante por tracción paralela, la ecuación anterior queda,

$$2,8609 \cdot i_{t,0} + 15,971 \cdot i_{t,0} \cdot \frac{f_{t,0,d}}{f_{m,d}} \leq 1; \quad i_{t,0} \leq \frac{1}{\left(2,8609 + 15,971 \cdot \frac{f_{t,0,d}}{f_{m,d}} \right)} \quad (14.87)$$

De donde se deduce que para que el trazado del rayo de Júpiter antes descrito sea válido ante la comprobación de la flexotracción en la sección reducida, el agotamiento de la

$f_{m,d}$, $f_{t,0,d}$, $f_{c,0,d}$, $f_{c,90,d}$ y $f_{v,d}$ son las resistencias de cálculo a flexión, tracción paralela a la fibra, compresión paralela y perpendicular a la fibra y cortante, respectivamente. El factor de modificación es $k_{mod} = 0,6$ (tabla 4.7, tomo I), por tratarse de una duración media y una clase de servicio 2, y el coeficiente parcial del material $\gamma_M = 1,3$ (tabla 4.6, tomo I), para madera maciza. Las resistencias características de la clase C27 pueden encontrarse en la tabla 3.4a del tomo I.

$$f_{c,0,d} = 0,6 \frac{27}{1,3} = 12,46 \text{ N/mm}^2; f_{t,0,d} = 0,6 \frac{16}{1,3} = 7,38 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = 0,6 \frac{22}{1,3} = 10,15 \text{ N/mm}^2; f_{c,90,d} = 0,6 \frac{2,6}{1,3} = 1,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 0,6 \frac{4}{1,3} = 1,84 \text{ N/mm}^2;$$

Ejemplo 14.3a: Encuentro entre par y tirante

El par con una sección de 130x220 mm dispone de un embarbillado doble con el trazado que se describe en la figura 14.38. Transmite unos esfuerzos de cálculo de axil $N_{1d} = 93,48 \text{ kN}$ y de cortante $V_{1d} = 4,29 \text{ kN}$. El tirante tiene una sección igual a la del par y soporta un axil de cálculo $N_{2d} = 87,58 \text{ kN}$ y un cortante de cálculo $V_{2d} = 2,66 \text{ kN}$. El apoyo se realiza sobre un muro de bloques de hormigón de dos hojas y se admite que la reacción se sitúa principalmente en la hoja interior con un valor de 35,63 kN.

En ninguna de las 7 cerchas que formaban la cubierta se observaban fallos en el encuentro entre par y tirante.

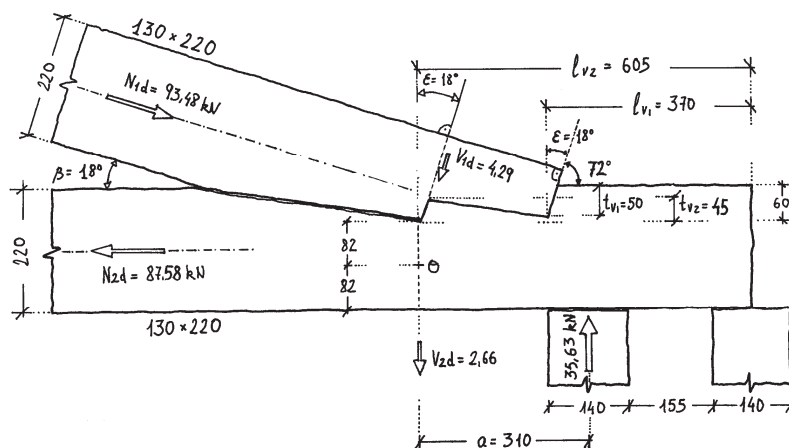


Figura 14.38. Encuentro del par sobre el tirante con doble embarbillado.

k_f coeficiente de reparto, que se tomará igual a 0,50, admitiendo un reparto por igual para ambas barbillas;

F_l componente de los esfuerzos del par en dirección perpendicular al plano de la barbilla, de acuerdo con la ecuación 14.19, donde $\alpha = 0^\circ$, es el ángulo formado por la dirección de F_l y la perpendicular al plano de la barbilla,

$$F_l = N_{1d} \cdot \cos \alpha - V_{1d} \cdot \sen \alpha = 93,48 \cdot \cos 0 - 4,29 \cdot \sen 0 = 93,48 \text{ kN}$$

La resistencia a compresión oblicua, $f_{c,\alpha,d}$, viene dada por la ecuación 14.25, según la norma DIN 1052,

$$\begin{aligned} f_{c,\alpha,d} &= \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sen^2 \varepsilon\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sen \varepsilon \cdot \cos \varepsilon\right)^2 + \cos^4 \varepsilon}} = \\ &= \frac{10,1}{\sqrt{\left(\frac{10,1}{2 \cdot 1,2} \cdot \sen^2 18\right)^2 + \left(\frac{10,1}{2 \cdot 1,84} \cdot \sen 18 \cdot \cos 18\right)^2 + \cos^4 18}} = 7,94 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

donde,

$f_{c,\alpha,d}, f_{c,90,d}, f_{v,d}$ son las resistencias de cálculo a compresión paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y cortante, considerando que el factor $k_{mod} = 0,6$, por tratarse de una duración permanente y una clase de servicio 2, y con un coeficiente parcial del material $\gamma_M = 1,3$, para madera maciza;

$$f_{c,0,d} = 0,6 \frac{22}{1,3} = 10,1 \text{ N/mm}^2; f_{c,90,d} = 0,6 \frac{2,6}{1,3} = 1,2 \text{ N/mm}^2; f_{v,d} = 0,6 \frac{4}{1,3} = 1,84 \text{ N/mm}^2$$

ε ángulo entre la dirección de la tensión de compresión y la dirección de la fibra en el tirante, como caso más desfavorable, $\varepsilon = 18^\circ$.

De donde se obtiene un índice de agotamiento válido según la ecuación 14.45,

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{7,56}{7,94} = 0,95 \leq 1$$

Si se aplicara la norma UNE-EN 1995-1-1 (Eurocódigo 5), la resistencia a la compresión oblicua según la ecuación 14.26 tomando el valor de $k_{c,90} = 1$, la resistencia sería menor, $f_{c,\alpha,d} = 5,93 \text{ N/mm}^2$. El índice de agotamiento sería de 1,27 (no válido).

Ejemplo 14.4a: Encuentro entre par y tirante

El par y el sotopar se ensamblan con el tirante mediante caja y espiga, según se indica en la figura 14.43. Bajo el tirante se disponen dos piezas que hacen de ménsulas y que descansan sobre la fábrica. En el análisis del sistema de barras se han obtenido los esfuerzos axiles y cortantes para cada barra. El tirante tiene un axil de tracción de 136,32 kN y un cortante de 1,66 kN. La reacción total es de 109,04 kN y existe una carga externa aplicada sobre el arranque del par que corresponde a la primera correa de la cubierta con una fuerza de 18,43 kN. El par transmite un axil de compresión de 102,50 kN y un cortante de 8,92 kN, y el sotopar un axil de 59,39 kN y un cortante de 7,05 kN. Estos últimos esfuerzos de los pares y sotopares han sido obtenidos mediante un modelo de barras que represente el par y sotopar de una manera aproximada a la realidad, pero aunque el esfuerzo total (suma de ambas piezas) sea más cercano a la realidad, el reparto entre ambas piezas puede diferir más de la realidad.

En todos los apoyos existe una brida metálica que ata los pares con el tirante y las ménsulas. En algunos casos este embrizado es doble. Su función es afianzar y reforzar el encuentro. Puede tratarse de un refuerzo inicial o un refuerzo posterior tras producirse algún fallo de los enlaces entre par y tirante.

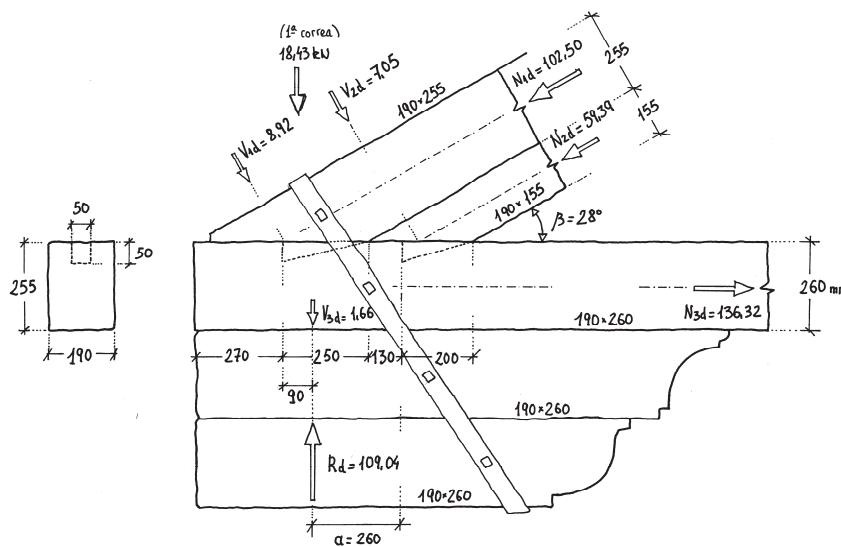


Figura 14.43. Encuentro entre par, sotopar y tirante.

a) *Compresión oblicua en el frente de la espiga*

En cada una de las espigas debe comprobarse la resistencia a la compresión oblicua en el frente de la espiga. La tensión de compresión resulta paralela a la dirección de la fibra en

b) Tensión tangencial rasante en el cogote

Suponiendo que cada espiga tenga que transmitir su esfuerzo de manera independiente, se comprobarán ambos casos. Para la espiga exterior la tensión tangencial se obtiene repartiendo el valor de la carga F_I en la superficie de rasante, A_v , figura 14.44,

$$F_I = 102,50 \cdot \cos 28^\circ - 8,92 \cdot \sin 28^\circ = 86,314 \text{ kN}$$

$$A_v = 50 \cdot 270 \cdot 3 = 40500 \text{ mm}^2$$

$$\tau_d = \frac{86314}{40500} = 2,13 \text{ N/mm}^2$$

De donde resulta un índice de agotamiento cercano a la unidad,

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{2,13}{2,34} = 0,91 \leq 1$$

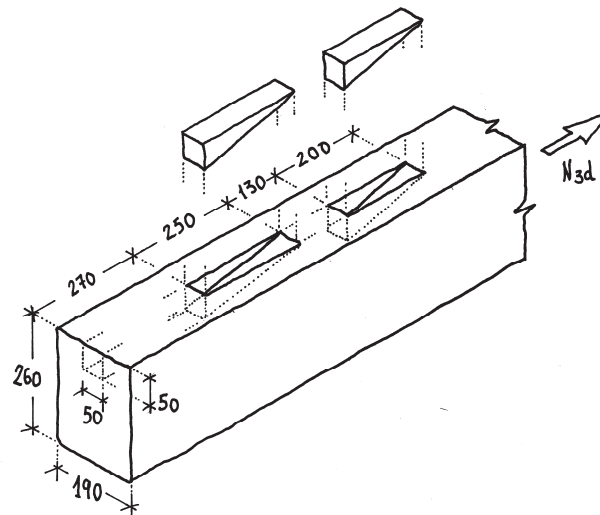


Figura 14.44. Dimensiones de las cajas y espigas.

Y para la espiga interior, análogamente,

$$F_I = 59,39 \cdot \cos 28^\circ - 7,05 \cdot \sin 28^\circ = 49,128 \text{ kN}$$

$$A_v = 130 \cdot 50 \cdot 3 + 250 \cdot 50 + 2 \cdot 250 \cdot 50 / 2 = 57000 \text{ mm}^2$$

$$\tau_d = \frac{49128}{57000} = 0,86 \text{ N/mm}^2 \quad \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,86}{2,34} = 0,37 \leq 1$$

En estas comprobaciones no se ha tenido en cuenta el coeficiente k_{cr} de reducción del

La capacidad portante de esta unión trabajando a tracción no suele quedar recogida por las normas de cálculo. Existe un Documento Técnico Unificado Francés (CB.71 1984) en el que se especifica una comprobación basada en las tres condiciones siguientes:

- a) La tensión de cortante, τ_d , en los planos $g'g'j'$ y $h'ih'i'$ es inferior a la resistencia de cálculo a cortante $f_{v,d}$, figuras 14.54 y 14.55a.

$$\tau_d = \frac{N_d}{2 \cdot b \cdot e} \leq f_{v,d} \quad (14.88)$$

- b) La tensión de tracción paralela a la fibra, $\sigma_{t,0,d}$, en la pieza sometida al axil de tracción N_d , en la sección debilitada $ghij$ debe resultar inferior a la resistencia de cálculo a tracción paralela a la fibra, $f_{t,0,d}$, figuras 14.54 y 14.55b.

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N}{S_{(ghij)}} \leq f_{t,0,d} \quad (14.89)$$

En esta comprobación del DTU citado, no se ha tenido en cuenta que en la sección reducida $ghij$, existe una excentricidad del esfuerzo axil N_d , que provocará una flexión a añadir a la tracción.

- c) En la figura 14.55c se representa un posible modo de rotura que se genera por efecto de tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la pieza pasante. Esta tensión de tracción perpendicular a la fibra, $\sigma_{t,90,d}$, se supone repartida sobre una superficie igual a e^2 , ($2 \cdot 0,5 \cdot e \cdot e$), siendo e el grueso de la cola de milano, y no debe superar la resistencia de cálculo a tracción perpendicular a la fibra, $f_{t,90,d}$.

$$\sigma_{t,90,d} = \frac{N_d}{e^2} \leq f_{t,90,d} \quad (14.90)$$

El trazado habitual de la cola de milano a media madera presenta un grueso de la cola igual a la mitad del grueso de la pieza a cajar y la reducción de la sección, distancias ag y bh de la figura 14.54, son iguales a $1/5$ de la anchura de la pieza, dimensión ab .

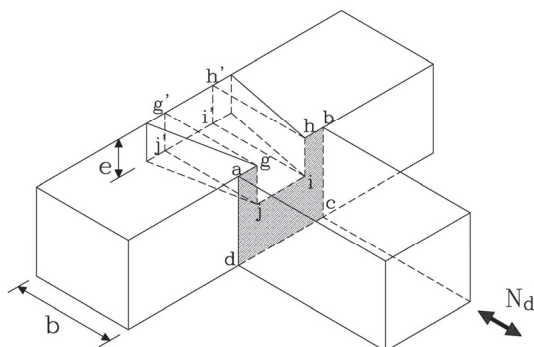


Figura 14.54. Ensamblaje en cola de milano.

menor de 1000 msnm. El apoyo en las vigas principales, que tienen un canto de 450 mm, se ha proyectado con una unión de cola de milano redondeada con las siguientes dimensiones, de acuerdo con la figura 14.57:

$$\begin{aligned} b_1 &= 45 \text{ mm;} \\ b_2 &= 75 \text{ mm;} \\ \beta &= 10,88^\circ; \\ h_1 &= 180 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Se desea comprobar la capacidad de carga del apoyo.

De acuerdo con el apartado 14.7.2.3,

a) Capacidad de carga de la correa, de ec. 14.91,

$$F_{\text{correa,d}} = \frac{2}{3} \cdot A_{\text{ef}} \cdot k_s \cdot f_{\text{v,d}} = \frac{2}{3} \cdot 10250 \cdot 0,81 \cdot 0,67 \cdot 2,24 = 8307 \text{ N}$$

Nota: la resistencia a cortante se ha disminuido por el coeficiente 0,67 de comprobación del cortante en piezas sometidas a flexión.

Donde el área eficaz de la espiga, según la ecuación 14.92,

$$A_{\text{ef}} = \left[45 + \text{tg} \frac{10,88}{2} \cdot \left(180 - \frac{45}{2} \right) \right] \cdot \left(180 - \frac{45}{2} \right) + \frac{\pi \cdot 45^2}{8} = 10250 \text{ mm}^2$$

El factor de tamaño, de ec. 14.93,

$$k_s = \left(\frac{3600}{10250} \right)^{0,2} = 0,81$$

Y la resistencia de cálculo a cortante,

$$f_{\text{v,d}} = k_{\text{mod}} \frac{f_{\text{v,k}}}{\gamma_M} = 0,8 \frac{3,5}{1,25} = 2,24 \text{ N/mm}^2$$

b) Capacidad de carga de la viga principal (ec. 14.94)

$$F_{\text{viga,d}} = 0,09 \cdot \left(450 - 180 + \frac{45}{2} \right) = 26,325 \text{ kN}$$

c) Capacidad de carga como consecuencia de la limitación de la deformación (ec. 14.95)

$$C = 0,7 \cdot \min \begin{cases} F_{\text{viga,adm}} \approx 26,325 / 1,4 = 18,803 \text{ kN} \\ F_{\text{correa,adm}} \approx 8,307 / 1,4 = 5,934 \text{ kN} \end{cases}$$

De donde el coeficiente de muelle es $C = 0,7 \cdot 5,934 = 4,154$ kN/mm. Y tomando como valor máximo admisible para el deslizamiento de la unión 1,5 mm, el valor de la carga correspondiente es $F_{\text{des}} = 1,5 \cdot 4,154 = 6,231$ kN.

Finalmente, la capacidad de carga viene dada por el menor valor de los tres obtenidos,

$$\begin{aligned} F_{\text{correa,d}} &= 8,307 \text{ kN} \\ F_{\text{viga,d}} &= 26,325 \text{ kN} \\ F_{\text{des}} &= 1,5 \cdot 4,154 = 6,231 \text{ kN.} \end{aligned}$$

Por tanto, la capacidad de carga se limita por el deslizamiento límite de la unión, $F_{\text{des}} = 6,231$ kN. Este valor deberá ser mayor o igual al valor de cálculo de la reacción en el apoyo.

$$V_{\text{apoyo,d}} = 1,35 \frac{0,7 \cdot 1,3 \cdot 4,3}{2} + 1,5 \frac{0,8 \cdot 1,3 \cdot 4,3}{2} = 5,995 \text{ kN}$$

El índice de agotamiento en la unión de la cola de milano redondeada es $5,995/6,231 = 0,96$ (válido). Esta correa presenta un índice de agotamiento el flexión de 0,57, un índice de agotamiento en cortante de 0,30 y una flecha en la combinación característica de 9,2 mm y en la combinación casi permanente de 8,4 mm.

Nota: debe hacerse la siguiente observación respecto al cálculo realizado. Se ha analizado el caso de una correa con una disposición vertical, sin ángulo de rotación de la sección, como ocurre con frecuencia en las cubiertas. En el caso de existir una pendiente, la correa estaría sometida a dos componentes de las fuerzas gravitatorias; una de ellas en dirección perpendicular al eje fuerte de la sección y la otra en dirección perpendicular al eje débil de la sección. El procedimiento expuesto en el apartado 14.7.2.3 permite obtener la capacidad de carga para fuerzas perpendiculares al eje fuerte de la sección, pero su aplicación al caso de dos componentes no queda definida.

Referencias bibliográficas

Aira, J.R., Arriaga, F., Íñiguez-González, G., Esteban, E. y González, C. (2011). Análisis del estado de tensiones en uniones carpinteras de empalme de llave por el método de los elementos finitos. Actas de CIMAD 11, 1^{er} Congreso Ibero-Latinoamericano da Madeira na Construção, Coimbra, Portugal. Ed Joao Negro y Alfredo G. Dias, Departamento de Engenharia Civil da FCTUC, Portugal. Pp. 291-292.

Aira, J.R., Arriaga, F., Íñiguez-González, G., Guaita, M. y Esteban, M. (2012).

Informationsdienst Holz (2000). Verbindungsmittel. Verbindungen nach DIN 1052 und 18800. Holzbau Handbuch. Reihe 2, Teil 2, Folge 1.

Kreuzinger, H. and Spengler, R. (1999). Zum tragverhalten von maschinell abgebundenen zapfenverbindungen aus konstruktionsvollholz zwischen haupt-und nebenträger. Technical University, Munich, Germany.

Lignum (1991). Holzbau-Tabellen. Tables pour la construction en bois 1. Lignum, Zurich, 55 pp.

Lignum (1990). Tables pour la construction en bois 2. Lignum, Zurich, 89 pp.

Montero, L. (1990). Apuntes sobre Tecnología de la madera. Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Zamora. 268 pp.

Nuere, E. (1990). La carpintería de armar española. Ministerio de Cultura. Dirección General de Bellas Artes y Archivos. Madrid, 125 pp.

Regueira, R. (2013). Aplicación de métodos numéricos al análisis de estructuras de madera en situación de incendio. Tesis doctoral. Universidad de Santiago de Compostela, Escuela Politécnica de Lugo, Lugo.

Scheer, C., Peter, M. und Stöhr, S. (2004). Holzbau-Taschenbuch. Ernst & Sohn, Berlin, 390 pp.

Schild, K. und Völkner, S. (2005). Praxishandbuch Ingenieurholzbau. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 245 pp.

Soilán, A., Guaita, M., Arriaga, F., Hermoso, E. and Eiras, A. (2008). Analysis of Stress-Strain State of Dovetail Joints between Joists and Beams. Proceedings of 10th World Conference on Timber Engineering. Miyazaki, Japan.

Steck, G. (2007). 100 Holzbau-Beispiele. Werner Verlag, Germany, 308 pp.

Tannert, T. (2008). Structural performance of rounded dovetail connections. Doctoral thesis. University of British Columbia, Vancouver.

Villar, J.R., Guaita, M., Vidal, P. and Arriaga, F. (2007). Analysis of the stress state at the cogging joint in timber structures. Biosystems Engineering (Biosyst. Eng). 96 (1), 79-90. DOI:10.1016/j.biosystemseng.2006.09.009.

Werner, H. (2002). Queranschlüsse mit Schwalbenschanz-Zapfenverbindungen, Vorschlag für die Bemessung (in German). Verbund-High-Tech-abbund im Zimmerhandwerk, Stuttgart, Germany.

Werner, G. und Zimmer, K. (2004). Holzbau Teil 1. Springer, Germany, 346 pp.