

# DETERMINACION

## de las Constantes Elásticas de la

## Madera,

### por métodos no destructivos

por César Peraza

#### 1.—Introducción

Los métodos estáticos para la determinación de las constantes elásticas de la madera están basados en el ensayo de probetas sometidas a cargas de una magnitud determinada. Al medir las deformaciones se puede llegar a fijar las constantes elásticas admitiendo el cumplimiento de la Ley de Hook. Estos métodos presentan los siguientes inconvenientes para el caso de aplicación de la madera:

1.º ¿Cumple exactamente la Ley de Hook la madera?

2.º ¿Se le puede aplicar exactamente las leyes de la elasticidad?

Para pequeñas humedades y cargas se puede admitir que la madera cumple la Ley de Hook. Por el contrario la pequeña resistencia al esfuerzo constante de la madera obliga a que se tenga que modificar la fórmula estática de determinación del módulo de elasticidad (fig. 1).

$$E_b = \frac{Pl^3}{4 y a. h^3}$$

BAUMAN ha demostrado que la relación existente entre el módulo de

elasticidad y el módulo de rigidez es fundamental, así como que la esbeltez

de la pieza  $\frac{l}{h}$  influye grandemente

en la determinación del módulo de elasticidad.

Por lo que el mismo BAUMAN ha propuesto fórmulas aproximadas, junto con KARMAN y otros.

Los llamados métodos dinámicos, o de vibraciones empezaron a utilizarse

también se vuelven a emplear los estáticos, como veremos al final.

Los ensayos estáticos por la forma de llevarse a cabo, dan como consecuencia que la probeta que ha sido utilizada no puede volver a emplearse.

Los ensayos de vibración, conocidos como métodos no destructivos, ya que la probeta no sufre deterioración para ensayos posteriores, permiten actualmente la determinación del módulo de rigidez, módulo de elasticidad, velocidad del sonido y decremento logarítmico de la velocidad del sonido.

La exactitud de las determinaciones de las constantes elásticas de la madera por vibraciones, es indudablemente superior a la de los ensayos estáticos. La duración del ensayo es muy corto, un minuto aproximadamente, para cada muestra. Este último aspecto es muy importante para un material que presenta una gran dispersión en los resultados y que por consiguiente necesita un elevado número de ensayos para obtener unos valores aceptables.

Recientemente BECKER (1966), ha ampliado el campo aplicándolo a estructuras encoladas para fijar los módulos de elasticidad de las capas de colas y de barnices, permitiendo por

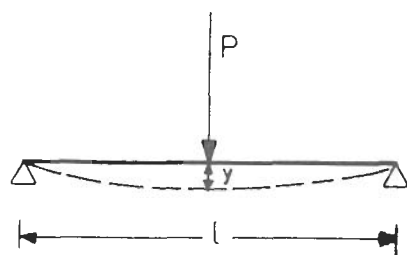


Fig. 1

en la madera por KRÜGER (1938). A partir de entonces una serie de autores los han seguido estudiando, entre los cuales podemos citar THÜNELL (1941), KOLLMAN (1960), SCHNEIDER (1965) y BECKER (1966). Hoy

conseguiente ensayar éstas, a intervalos suficientes para llegar a establecer el punto de fraguado de la cola o del barniz, sin necesidad de destruir la probeta.

Mediante ensayos estáticos no existe más solución que romper la probeta para fijar el punto de fraguado. Precisamente en estas determinaciones es donde se ve con más claridad la importancia del carácter no destructivo.

Si tenemos que hacer una serie de probetas para romperlas a distintos intervalos, con el fin de fijar las constantes elásticas de la cola y por lo tanto la evolución con el tiempo del fraguado, por mucho cuidado que pongamos en la elección de la madera y en las condiciones de encolado y pre-

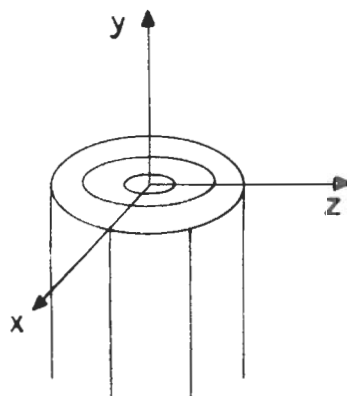


Fig. 4

paración de la cola, las variables que en todo ensayo establecemos como constantes para estudiar una propiedad determinada difícilmente lo serán.

Por ejemplo para estudiar la evolución del fraguado de una cola tendríamos que considerar constantes el extendido, el porcentaje de agua de la cola, la humedad de la madera, la edad de la superficie y la presión que se ha dado.

Preparando cuidadosamente una serie de probetas podemos admitir que todas estas variables son constantes para cada una de ellas, pero no podemos tener la *certeza*.

Si el ensayo lo hacemos a distintos intervalos de tiempo **SOBRE UNA MISMA PROBETA**, sí podemos decir

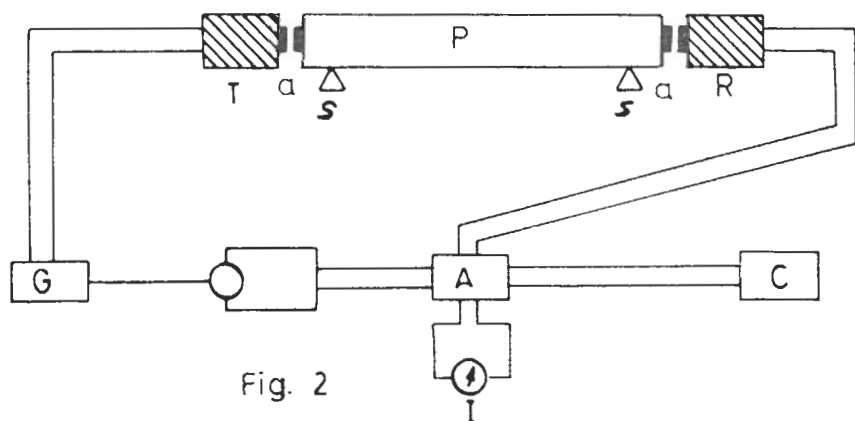


Fig. 2

que las constantes son las mismas a lo largo del mismo. Otros muchos ensayos como: variación de la fluencia, del módulo de elasticidad con la temperatura, etc., son fácilmente asequibles con este método, ya que es sólo la probeta la que tiene que estar en la cámara climática y no el aparato para el ensayo estático.

### Principio de la Técnica de Vibraciones

El principio es sencillo, aunque el fundamento teórico que analizaremos posteriormente sea un poco más complicado. Los ensayos se pueden agrupar en dos:

- medida de la frecuencia de resonancia de la probeta de madera,
- medida de la velocidad de transmisión del sonido.

Este último procedimiento se emplea generalmente con ultrasonidos.

Los esquemas de los dispositivos empleados con vibraciones son los siguientes:

#### 1.º Vibración longitudinal (fig. 2).

En la fig. 2 se recoge el esquema de la instalación. La probeta está apoyada en dos soportes delgados S. En los extremos de la misma están encolados dos plaquitas de acero, a, con los transmisores magnéticos T y R. El transmisor está conectado con el audíogenerador G. La frecuencia y amplitud, entre 600 y 25.000 c. p. s., puede variarse de una forma continua mediante un osciloscopio. El voltaje producido en el receptor R durante la resonancia se recibe mediante el amplificador A al osciloscopio, el indicador I y al registrador.

La técnica de trabajo consiste en variar la frecuencia hasta que el in-

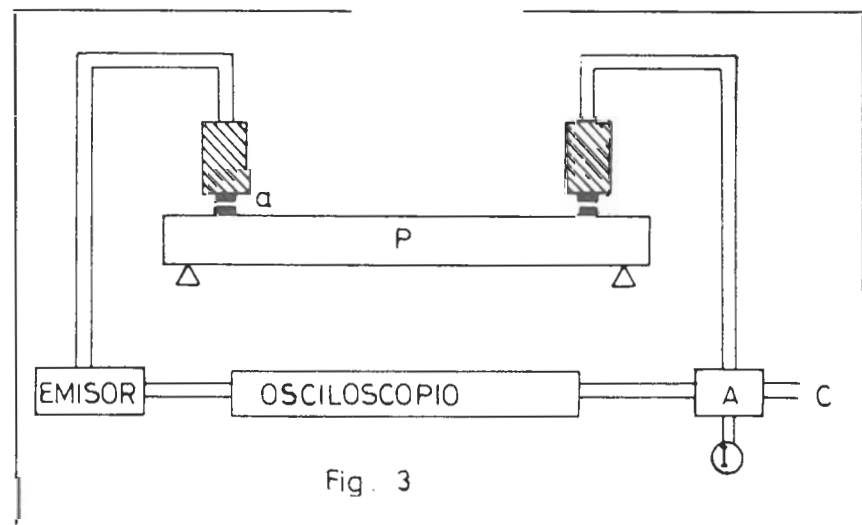


Fig. 3

# Determinación

dicador señale un máximo, es decir, se señala el momento con que la frecuencia de vibración está en resonancia con la propia de la probeta. Entonces el contador señala el número de oscilaciones durante un período de 1, 10 y 100 sec., pudiéndose por consiguiente determinar la frecuencia con una aproximación de 0,01 segundos.

2.º *Vibración transversal.*

El dispositivo que se recoge en la figura 3 es similar al anterior:

La diferencia, como puede verse, es que la vibración se transmite transversalmente a la dirección de las fibras de la probeta.

Ambos dispositivos tienen como fundamento el que la madera, producto anisótropo con tres direcciones principales de simetría: longitudinal, radial y tangencial, puede considerarse como un sistema rómbico, cuyos ejes de simetría en primera aproximación son los siguientes:  $y$  longitudinal,  $z$  radial y  $x$  tangencial (fig. 4).

Las ecuaciones generales de la elasticidad nos quedan por consiguiente de la forma:

$$\begin{aligned} T_x &= C_{11} E_x + C_{12} E_y + C_{13} E_z \\ T_y &= C_{21} E_x + C_{22} E_y + C_{23} E_z \\ T_z &= C_{31} E_x + C_{32} E_y + C_{33} E_z \\ T_{yz} &= C_{44} \varphi_{yz} \\ T_{zx} &= C_{55} \varphi_{zx} \\ T_{xy} &= C_{66} \varphi_{xy} \end{aligned}$$

Los valores  $C_{ij}$  corresponden a los módulos de elasticidad.

### 3.º Instalación de ultrasonidos (figura 5)

Está constituido por un emisor, un receptor que a través de un amplificador pasa al registrador. El regis-

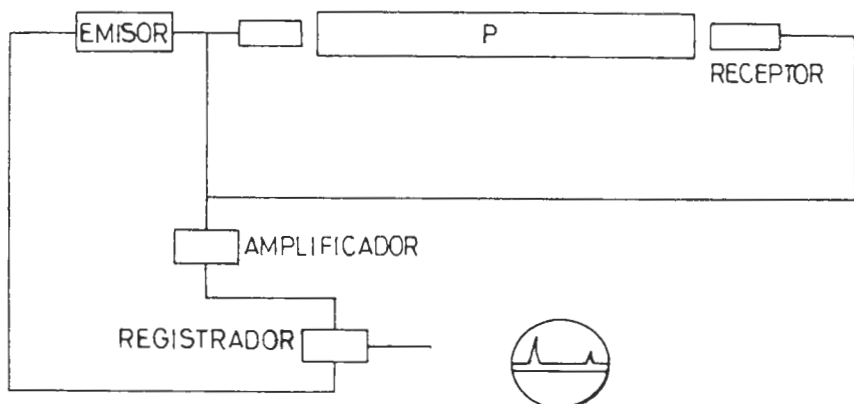


Fig. 5

trador, en una pantalla, registra la intensidad del ultrasonido emitido y el recibido. La diferencia es el tiempo que el sonido ha tardado en recorrer la probeta y conociendo la longitud de ésta se conoce la velocidad.

### Estudio Teórico, Ecuación de la Onda

Supongamos una probeta sometida a una vibración longitudinal y dentro de ella un elemento diferencial  $dx$ . (fig. 6). El impulso dado en la sección AB, que origina un desplazamiento  $\xi$ , se transmite a la sección CD, dando como resultado un desplazamiento  $\xi + d\xi$ .

La velocidad de vibración será,  $\frac{d\xi}{dt}$

Si  $P$  ha sido la fuerza ejercida en la sección AB, la que se origina en la CD es de  $P + dP$ .

$P$  y  $\xi$  son funciones tanto de la situación en la varilla, es decir de  $x$ , como del tiempo, es decir de  $t$ . Estas funciones las representamos por:

$$P = P(x, t) \quad \xi = \xi(x, t)$$

En un instante determinado  $t$ , se verificará que:

$$d\xi = \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot dx \quad dP = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx \quad (1)$$

Si  $S$  es la sección de la varilla y  $\rho$  la densidad de la misma, la masa que entra en vibración vendrá dada por la ecuación:

$$dm = S \cdot dx \cdot \rho \quad (2)$$

y el impulso mecánico correspondiente por:

$$P = dm \cdot (V - V_0)$$

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, las ecuaciones generales de la dinámica nos permiten escribir

$$dm \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = dm \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} =$$

$$= P - (P + dP) = dP$$

Sustituyendo  $dP$  por su igual deducido en la ecuación (1) tendríamos

$$dx \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = -dm \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Finalmente sustituyendo  $dm$  por su valor establecido en la ecuación (2) y simplificando llegaríamos:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -S \cdot \rho \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (3)$$

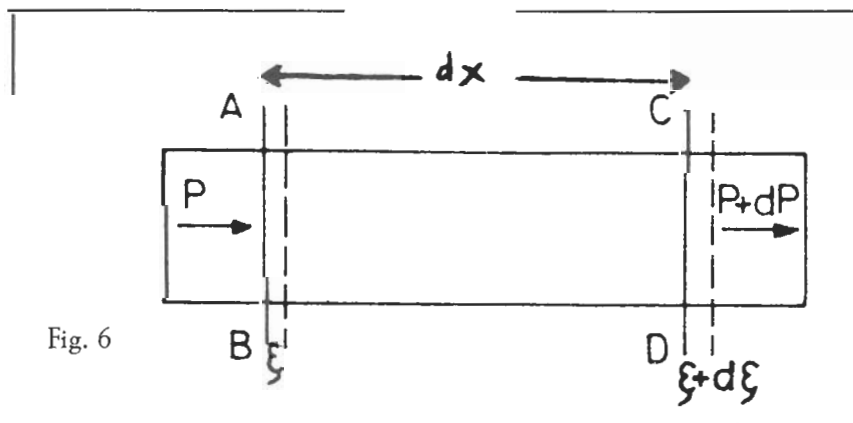


Fig. 6

Partiendo de que las deformaciones son pequeñas, se puede admitir que se cumpla la ley de Hook, que con las notaciones establecidas en la fig. 6 podemos expresar de la forma siguiente: (4)

$$\frac{T}{E} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{(dx + d\xi + \xi - \xi) - dx}{dx} = \frac{d\xi}{dx} = \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

Por otra parte:

$$T = \frac{P}{S}$$

que sustituyendo en la ecuación (4) nos da:

$$\frac{P}{S} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \text{ó} \quad P = E \cdot S \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

o derivando con respecto a x

$$\frac{\partial P}{\partial x} = E \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Sustituyendo en la ecuación (3) tendríamos:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (5)$$

Partiendo de  $V = \frac{\partial \xi}{\partial t}$  y efectuando

las transformaciones que se indican, llegaríamos a la ecuación fundamental (6).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad (6)$$

Por razonamientos análogos podríamos llegar a:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (7)$$

De las ecuaciones (5), (6) y (7), se deduce que la vibración, la velocidad y el impulso tienen las mismas ecuaciones diferenciales.

*Impedancia acústica.*

Partiendo de la ecuación:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \rho \cdot S \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

podemos llegar a la ecuación (8).

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x \cdot \partial t} = \rho \cdot S \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (8)$$

Si partimos de la ecuación

$$\frac{\partial P}{\partial t} = E \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \cdot \partial t}$$

teniendo en cuenta que  $V =$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} \quad \text{y que} \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \cdot \partial x} = \frac{\partial v}{\partial v}$$

llegaríamos a la ecuación:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = E \cdot S \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \cdot \partial t} \quad (9)$$

Ahora bien, comparando las ecuaciones (8) y (9) nos den:

ciones (8) y (9) llegamos a la conclusión que P es proporcional a V y por consiguiente podremos escribir que  $P = Z \cdot v$ . y siendo Z una constante llamada resistencia o impedancia acústica, que sustituida en las ecuaciones (8) y (9) nos den:

$$-Z \frac{\partial^2 v}{\partial x \cdot \partial t} = \rho \cdot S \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (10)$$

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x \cdot \partial t} = \frac{1}{E \cdot S} \cdot Z \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (11)$$

dividiendo (10) por (11):

$$Z = S \sqrt{\rho \cdot E} \quad (12)$$

que nos da el valor de la resistencia acústica Z, en función de S.  $\rho$ . E.

(Continuará)

## ADELANTOS EN LA INDUSTRIA MADERERA

Se pone en conocimiento de los industriales constructores de maquinaria y de toda clase de elementos auxiliares para el trabajo de la madera, que esta Revista publicará cuantos adelantos y perfeccionamientos se alcancen en la industria de la madera. Para esto, diríjense a la Dirección Técnica de A. I. T. I. M., Sindicato Nacional de la Madera y Corcho, Flora, 1, Madrid-13, dando cuenta detallada, en español a ser posible, con planos y fotografías, de los perfeccionamientos logrados.

Wir teilen allen Herstellern von Holzbearbeitungsmaschinen und —zubehör mit, dass diese Zeitschrift alle technischen Fortschritte und Verbesserungen in der Holzindustrie veröffentlicht. Wenden Sie sich deshalb bitte mit möglichst eingehenden Beschreibungen, Plänen und Fotografien Ihrer Neuheiten an: Dirección Técnica de A. I. T. I. M., Sindicato Nacional de la Madera y Corcho, Flora 1, Madrid-13/Spain, wenn möglich in spanischer Sprache.

We are informing all manufacturers of wood-working machinery and all kinds of auxiliary tools for working wood that this journal will publish information about every advance and progress which might be attained in the wood industry. Please apply to the technical Management of A. I. T. I. M. Sindicato Nacional de la Madera, Flora 1, Madrid 13, with full account, if possible in Spanish language, of your achievements, and inclose plans and photographs of same.

On fait connaître à tous les industriels constructeurs de machines et à toute sorte d'éléments auxiliaires pour le travail du bois, que le Bulletin publiera toutes les nouveautés et perfectionnements dans cette industrie. Veuillez vous diriger à la Direction Technique de A. I. T. I. M., Sindicato de la Madera, Flora, 1, Madrid-13, indiquant si c'est possible en espagnol, tous les perfectionnements atteints avec des détails, plans et photographies.