(Continuación)

DETERMINACION de las Constantes Elásticas de la Madera, por Métodos no destructivos

Por César PERAZA

Módulo de Elasticidad en Función de la Frecuencia de Resonancia.

La integración de la ecuación (5) nos da una función del tipo:

$$\xi = \Delta \operatorname{sen} \left(2 \pi f \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cdot x + \varphi\right) \operatorname{sen} (2 \pi f t + \alpha) \qquad (13)$$

en la que $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ tiene que ser cero para los valores de $x = 0$ y $x = l$, por lo que para $x = 0$ y $x = l$ se ha de cumplir la igualdad siguiente:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \Delta\, 2 \pi f \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cdot \cos \left(2 \pi f \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cdot x + \varphi\right) \operatorname{sen} (2 \pi f t + \alpha) = 0$$

cualquiera que sean los valores de t, y por consiguiente se ha de verificar para $x = 0$, que:

$$\Delta \cdot 2 \pi f \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cos \varphi = 0 \qquad (14)$$

o, lo que es lo mismo,

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

De acuerdo con lo expuesto anteriormente para $x = l$ encontraremos:

$$\Delta \cdot 2 \pi f \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cos \left(2 \pi f \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cdot l + \varphi\right) = 0 \qquad (15)$$

De las ecuaciones (14) y (15) se deduce que:

$$2 \pi f \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cdot l + \frac{\pi}{2} = 2 (n + 1) \frac{\pi}{2}$$

y, por consiguiente, que:

$$f_n = \frac{n}{2 l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (16)$$

La ecuación anterior nos da la relación existente entre las frecuencias de resonancia f_n y el módulo de elasticidad de la madera «E» en función de la longitud de la probeta «l» y el peso específico «ρ» de la misma.

La ecuación (16) se transforma, para su aplicación, en función de la sección de la probeta y de su masa total en la forma siguiente, llamando S a la sección y M a su masa.

$$f_n = \frac{n}{2 l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{n}{2 l} \sqrt{\frac{E \cdot S}{\rho \cdot S}} \qquad (17)$$

Elevando al cuadrado la ecuación (17) tendremos:

$$f_n^2 = \frac{n^2}{4 l} \cdot \frac{E \cdot S}{\rho \cdot l \cdot S} = \frac{n^2}{4 l} \cdot \frac{E \cdot S}{M} \qquad (18)$$

De la ecuación (18) se puede despejar el módulo de elasticidad E, con lo que llegamos a la fórmula siguiente:

$$E_n = \frac{f_n^2\, 4\, l\, M}{n^2\, S} \qquad (19)$$

Esta última ecuación nos permite determinar, sin destruir las probetas, el Módulo de Elasticidad en función de:

f = frecuencia de resonancia.
l = longitud de la probeta.
M = masa de la probeta.
S = sección de la probeta.

Conclusiones y aplicaciones.

La ecuación establecida al principio de este trabajo relaciona el módulo de elasticidad E, la carga P, la longitud de la probeta l, la altura h de la misma y su anchura «a», con la flecha «y» producida, de la forma siguiente:

$$E = \frac{P \cdot l^3}{4\, y\, a\, h^3} \qquad (20)$$

Esta ecuación nos permite medir el módulo de elasticidad de la madera, aunque indudablemente de una forma más complicada tanto por las cantidades que han de medirse P, l, y, a, h, como por el dispositivo mecánico que ha de emplearse, que necesita un tiempo más o menos largo para cada ensayo.

Por el contrario, la ecuación (19) es de mayor rapidez, tanto por las dimensiones que han de medirse l, M, S, como por la velocidad con que tal medida se hace.

Queremos señalar a continuación algunas operaciones interesantes de esta fórmula, tanto desde el punto de vista científico como industrial.

Supongamos que queremos determinar la evolución del fraguado de una cola o de una capa de barniz aplicado a la madera.

Teniendo en cuenta que el factor E S es el factor de proporcionalidad entre la fuerza P productora de la vibración y la deformación en función de su cota, tendremos, en el caso del fraguado de la cola, la siguiente relación:

$$E_T\ S_T = E_m\ S_m + E_c\ S_c \quad (21)$$

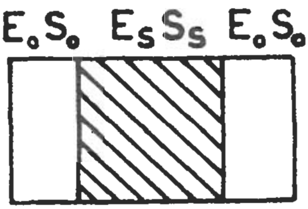

Fig. 7

En esta ecuación se recogen los valores que detallamos a continuación:

E_T = módulo de elasticidad del conjunto
S_T = sección total de la probeta
E_m = módulo de elasticidad de la madera
S_m = sección de madera
E_c = módulo de elasticidad de la cola
S_c = sección de cola

Teniendo en cuenta la ecuación (19) para n = 1,

$$E_c\, S_c = E\, S - E_m\, S_m = $$
$$= f_T^2\, 4\, l\, M_T - f_m^2\, 4\, l\, M_m$$

de la que podemos despejar el módulo de elasticidad de la cola E_c, que resulta igual a:

$$E_c = \frac{1}{S_c}\,(f_T^2\, 4\, l\, M_T - f_m^2\, 4\, l\, M_m) =$$

$$\frac{4\, l}{S_c}\,(f_T^2\, M_T - f_m^2\, M_m)$$

Es decir, que midiendo previamente la frecuencia de resonancia f_m de la madera y su masa total M_m y después la del conjunto madera-cola, podemos determinar el módulo de elasticidad de la cola en ese instante.

Si esta medida se hace a ciertos intervalos de tiempo, obtendremos una serie de módulos de elasticidad de la cola E_{c1}, E_{c2}, E_{c3}, E_{c4}, etc., con los que podremos fijar el de fraguado.

Para poder ver la utilidad de este procedimiento señalamos el corrientemente empleado en estos casos, que consiste en preparar una serie de probetas y ensayar cada una a distintos intervalos de tiempo.

La ventaja queda de manifiesto en seguida. Por muy cuidadosa que sea la selección de la madera y las condiciones del encolado, podremos llegar a admitir que las probetas son iguales, pero nunca asegurarlo. Con la técnica expuesta, al actuar sobre la misma probeta, sí podemos asegurar que las condiciones son exactamente iguales.

Técnica análoga podemos emplear para estudiar el endurecimiento de un barniz. En este caso la deducción sería igual, por lo que no se hace necesario el detallarlo.

F_m, M_m, S_m son, respectivamente, el módulo de elasticidad de la madera, su masa y su sección. E_b, M_b, S_b, son los correspondientes al barniz, y E_T, M_T, S_T, son los totales.

De acuerdo con el caso anterior, la ecuación de partida es:

$$E_T\ S_T = E_m\ S_m + E_b\ S_b$$

y, por consiguiente,

$$E_b = \frac{4\, l}{S_b}\,(f_T^2\, M_T - f_m^2\, M_m)$$

De igual forma, sobre una misma probeta, a intervalos diferentes podemos determinar el módulo E_b y, por lo tanto, el de endurecimiento.

Finalmente consideramos del máximo interés las perspectivas que se presentan para una clasificación rápida de la madera aserrada.

Normalmente la clasificación de la madera aserrada se hace tomando como base su resistencia. Para ello, la clasificación se efectúa considerando de forma visual y, por consiguiente, aproximada, los defectos que presenta, tales como dimensiones de nudos, fendas, acebolladuras, gemas, etcétera, que originan determinados porcentajes de reducción en las características mecánicas. Queremos resaltar dos aspectos de esta clasificación que son: su carácter individual, es decir, pieza por pieza, y su forma visual, es decir, muy poco exacta.

Recientes estudios parecen señalar la existencia de una relación entre la resistencia de una pieza y su módulo de elasticidad. De ser cierto el acotamiento de las clases se haría por módulos de elasticidad, en lugar de por resistencias. Establecidas las clases por módulos de elasticidad la clasificación de la madera aserrada podría hacerse rápidamente y de forma automática, aplicando la ecuación (19), ya que la determinación de la frecuencia de resonancia dura minutos. También podría determinarse aplicando las determinaciones dinámicas a que hemos hecho referencia. De hecho se trabaja utilizando ambas técnicas incluso con ensayo de dispositivos de características industriales (así, en muchos Laboratorios Forestales, como los de Australia, EE. UU. y Suecia). El sistema y las consideraciones técnicas básicas, dada su importancia e interés, será objeto de nuestro próximo artículo.

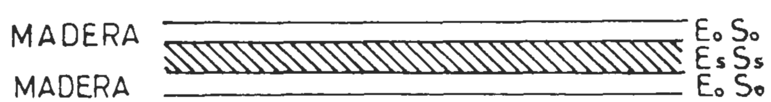

Fig. 8

C. P.